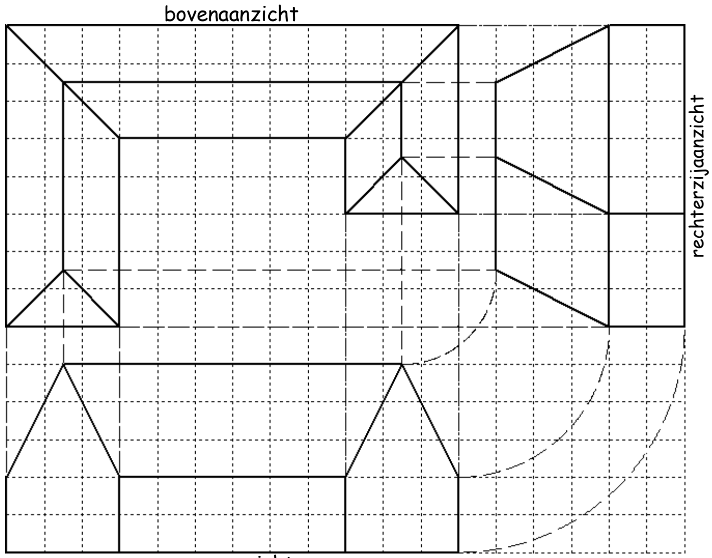
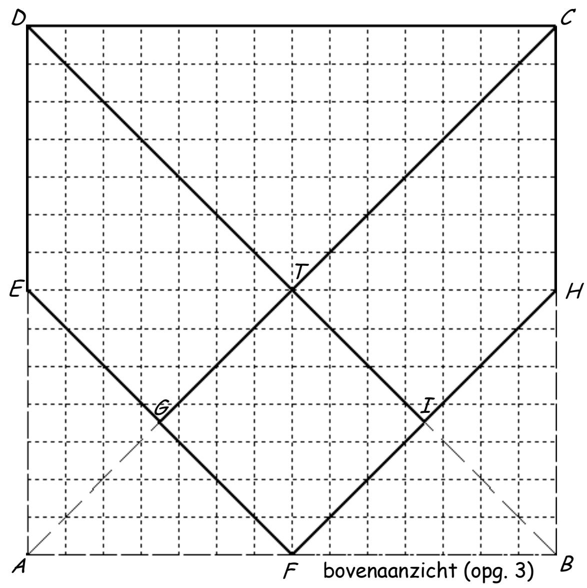
1a Het bovenaanzicht van het voorwerp is een cirkel.

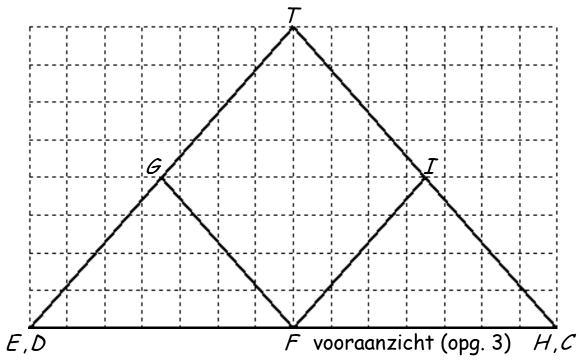
1b Je moet tegen het (rechter of linker) zijaanzicht aankijken.

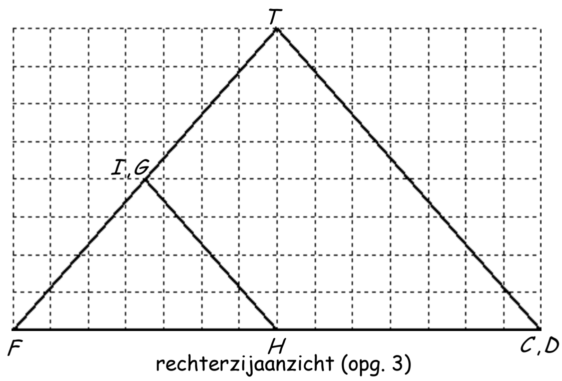
2



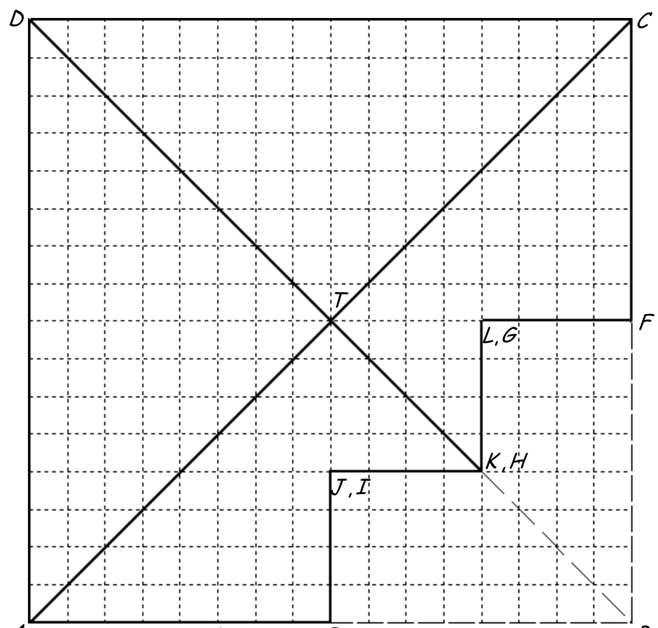
3



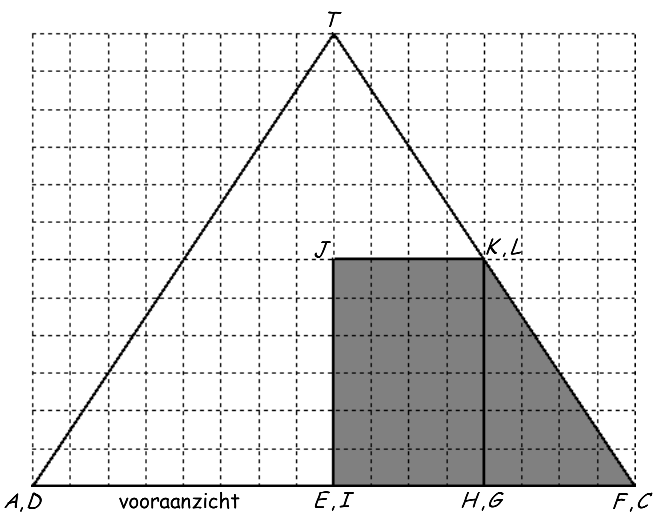


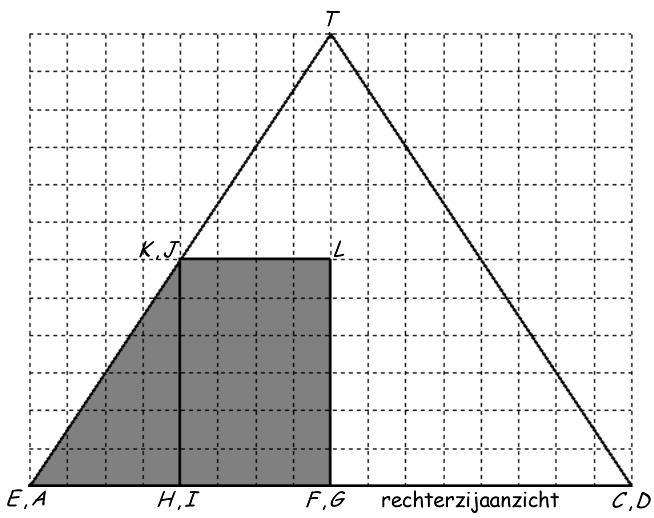


4a

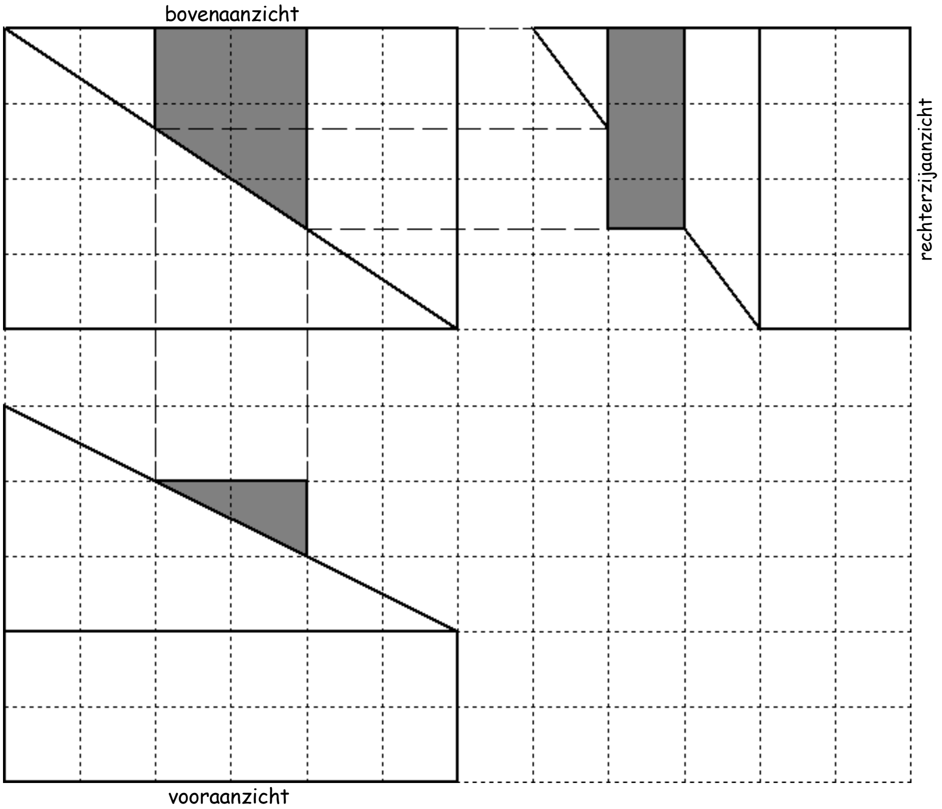


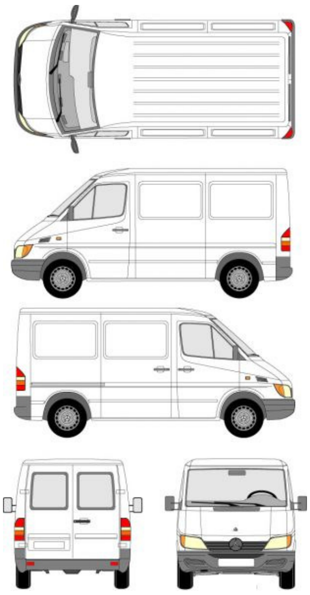
4b



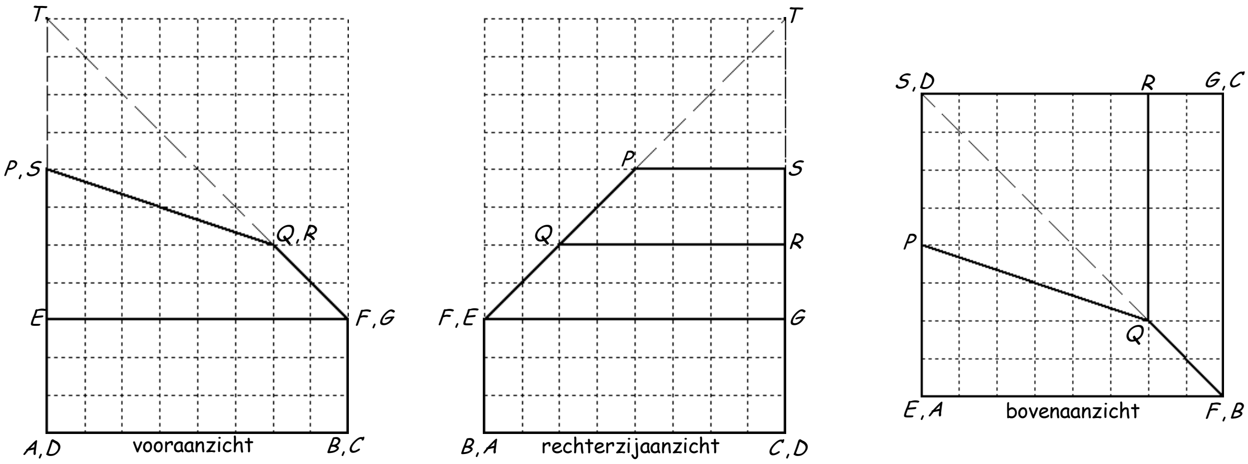


5



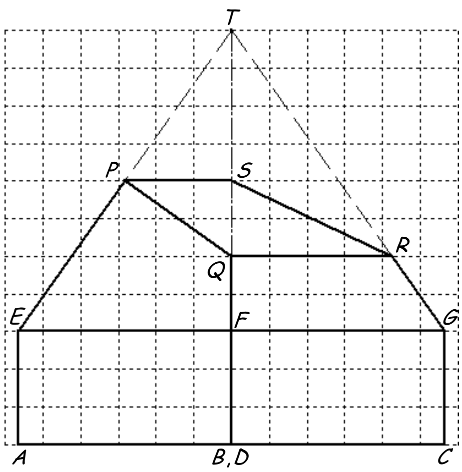


6a



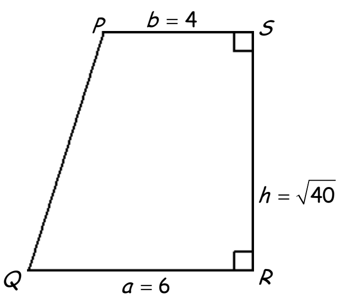
6b Kijkrichting evenwijdig met $BD \Rightarrow AC$ in het vlak van de tekening.
Met de stelling van Pythagoras:
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128.$
$AC = \sqrt{128} \approx 11{,}3$ (m).
In het aanzicht (schaal 1 : 200) wordt de lengte van AC (ongeveer) 5,7 cm.

```
√(128)
        11.3137085
Ans/2
        5.656854249
```

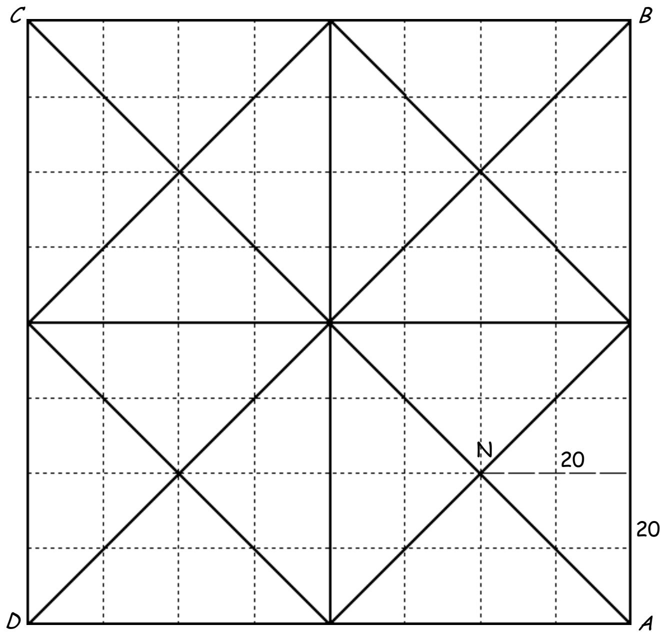


6c PS en QR zie je (op juiste schaal getekend) in het zijaanzicht van vraag 6a.
$PS = \frac{1}{2}AD = 4$ (m) en $QR = \frac{3}{4}AD = 6$ (m).
RS zie je (op juiste schaal getekend) in het vooraanzicht van vraag 6a.
(trek in het achtervlak een lijn door RCD)
Het dakdeel $PQRS$ is een trapezium.
$RS = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$ (m).
Opp.$(PQRS) = \frac{1}{2}(a+b)h$
$= \frac{1}{2}(6+4)\sqrt{40}$
$= 5\sqrt{40}$
$\approx 31{,}62$ (m^2).

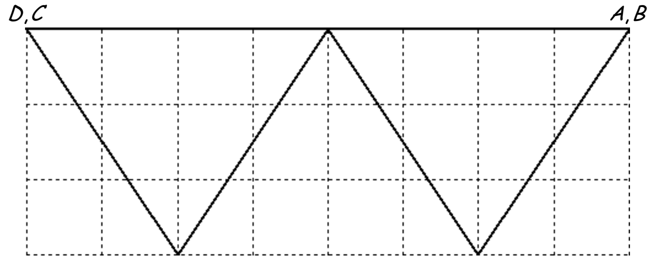
```
5*√(40)
        31.6227766
```



7a

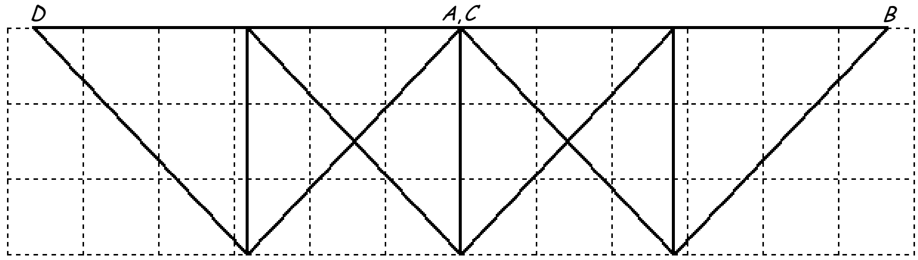


7b Kijkrichting evenwijdig met AB.
Dan DA en CB in het vlak van de tekening.
(zie het aanzicht hieronder)



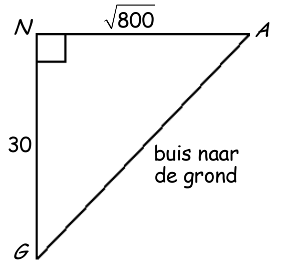
7c Kijkrichting evenwijdig met AC.
Dan diagonaal BD in het vlak van de tekening.
Met de stelling van Pythagoras:
$BD = \sqrt{80^2 + 80^2} = \sqrt{12\,800} \approx 113{,}1$ (cm).
In de tekenig met schaal 1 : 10
krijgt BD een lengte van 11,3 cm.
(zie de het aanzicht hieronder)

```
80²+80²
                 12800
√(12800)
            113.137085
Ans/2
           56.56854249
Ans/10
```



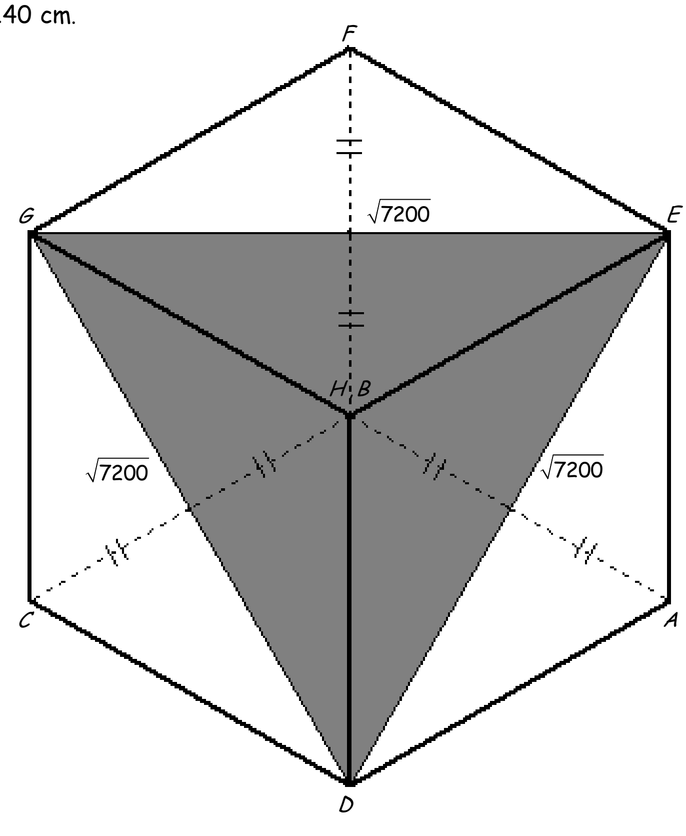
7d In het bovenvlak (zie het bovenaanzicht) is $AN = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800}$ (cm).
Noem het punt waar de buis van het punt A op de gornd rust G.
$AG = \sqrt{\left(\sqrt{800}\right)^2 + 30^2} = \sqrt{800 + 900} = \sqrt{1700}$ (cm).
In het bovenvlak zijn er 6 buizen van 80 (cm).
Verder zijn er nog $4 \cdot 4 = 16$ buizen van $\sqrt{1700}$ (cm).
De totale lengte van de buizen is $6 \cdot 80 + 16 \cdot \sqrt{1700} = 1140$ cm.

```
20²+20²
                   800
Ans+30²
                  1700
6*80+16*√(1700)
             1139.6969
```

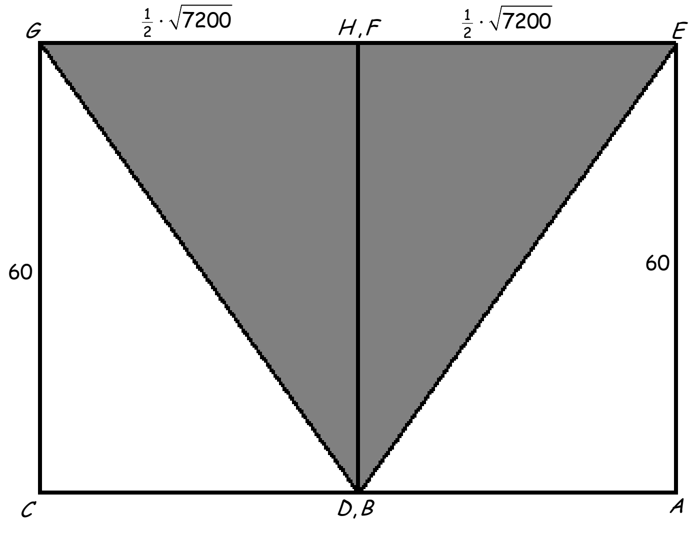


8a $EG = \sqrt{60^2 + 60^2} = \sqrt{7\,200} \approx 85$ (cm).
(EG is diagonaal in vierkant $EFGH$)
Dus $EG = DG = ED \approx 85$ (cm).
(hiernaast het bovenaanzicht van de kubus op de foto)

```
60²+60²
                  7200
√(7200)
           84.85281374
Ans/10
           8.485281374
```



8b Hieronder een aanzicht
in de kijkrichting evenwijdig met zijvlakdiagonaal HF.



Toets voorkennis **EXTRA: 1 Gelijkvormige driehoeken op blz. 152 en 153 aan het einde van deze uitwerking**

a $\Delta ADE \backsim$ (gelijkvormig met) ΔABC. (snavelfiguur)
Maak nu een verhoudingstabel (zie hiernaast).
(let op de volgorde van de letters)
$DE = \frac{4 \times 5}{7} = \frac{20}{7}$.

ΔADE	$AD = 4$	$DE = \ldots$	$AE = \ldots$
ΔABC	$AB = 7$	$BC = 5$	$AC = \ldots$

b $\Delta ABE \backsim \Delta CDE$. (zandloperfiguur)
Maak een verhoudingstabel (zie hiernaast).
(let op de volgorde van de letters)
$AE = \frac{2 \times 7}{3} = \frac{14}{3}$.

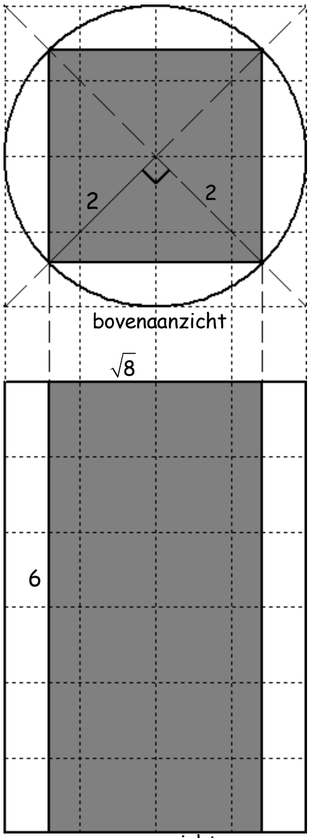
ΔABE	$AB = 7$	$BE = \ldots$	$AE = \ldots$
ΔCDE	$CD = 3$	$DE = \ldots$	$CE = 2$

c $\Delta AED \backsim \Delta ABC$. ($\angle A = \angle A$ en $\angle E = \angle B = 90° \Rightarrow$ hh)
Maak een verhoudingstabel (zie hiernaast).
(let op de volgorde van de letters)
$ED = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5}$.

ΔAED	$AE = \ldots$	$ED = \ldots$	$AD = 3$
ΔABC	$AB = 4$	$BC = 3$	$AC = 5$

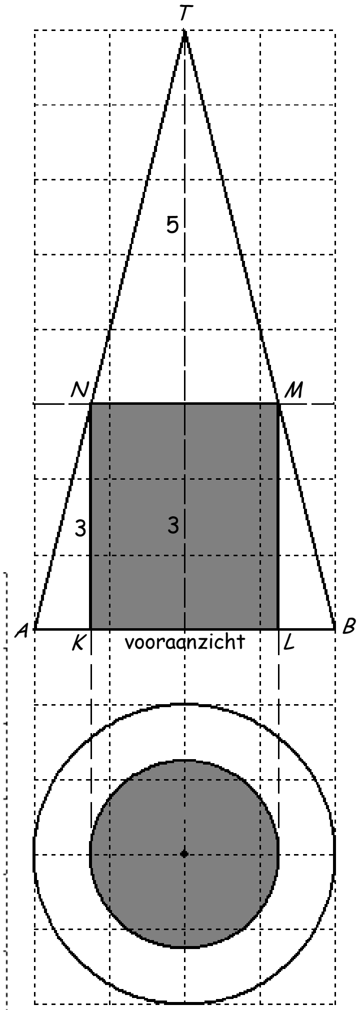
Pyth. in ΔABC: $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

9a

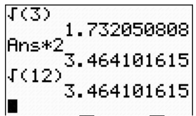


9b De diagonalen in het grondvlak van de balk zijn 4.
Dus de zijden in het grondvlak zijn $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$.
$I(\text{balk}) = \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$.

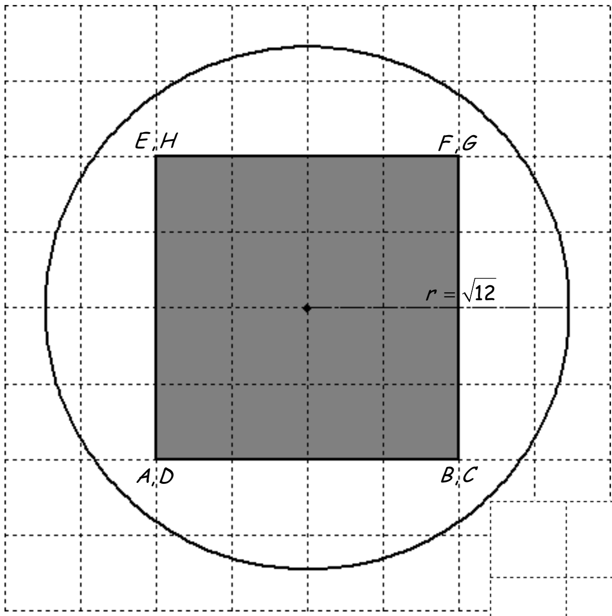
10a Zie de aanzichten rechts hiernaast.
10b ΔNMT in het vooraanzicht is een verkleining van ΔABT met factor $\frac{5}{8}$. (snavelfiguur)
Dus $NM = \frac{5}{8} \cdot 4 = \frac{5}{2} \Rightarrow r_{\text{grondcirkel}} = \frac{5}{4}$.
$I(\text{cilinder}) = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{25}{16} \cdot 3 = \frac{75}{16}\pi$.



11a $r_{\text{bol}} = 2 \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = 2\sqrt{3}$.
$r_{\text{bol}} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
$r_{\text{bol}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{48} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

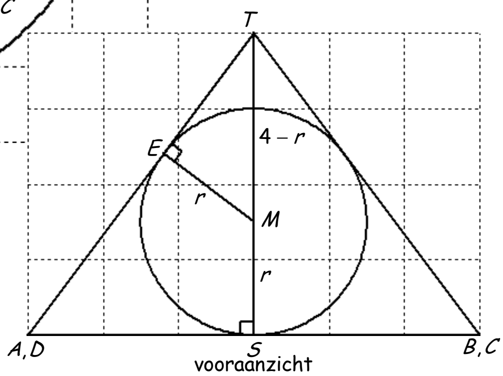


11b Zie het vooraanzicht hieronder.



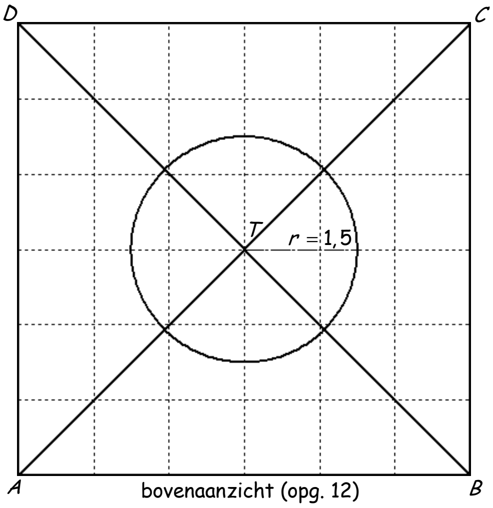
12a Het vooraanzicht naast 12b.
(bovenaanzicht op het volgend blad)
$TA^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow TA = 5$.
$\Delta TEM \backsim \Delta TSA$ (hh), want
$\angle T = \angle T$ en $\angle E = \angle S = 90°$.
Maak de verhoudingstabel.
(plaats de zijden juist)
$5 \cdot r = 3(4 - r)$
$5r = 12 - 3r$
$8r = 12$
$r = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$.

ΔTEM	$TE = \ldots$	$EM = r$	$TM = 4 - r$
ΔTSA	$TS = 4$	$SA = 3$	$TA = 5$

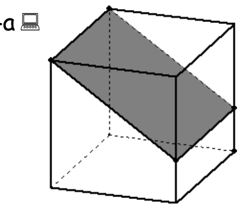


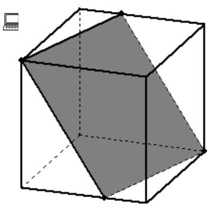
12b $I(\text{bol}) = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\pi \cdot \frac{\cancel{27}^{\,9}}{\cancel{8}_{\,2}} = \frac{9}{2}\pi = 4\frac{1}{2}\pi$.

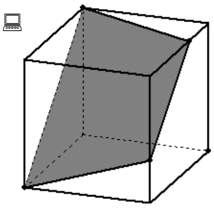
13 De dwarsdoorsneden hebben de vorm van een driehoek of een zeshoek.

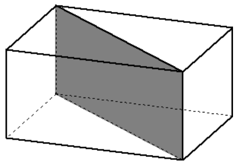


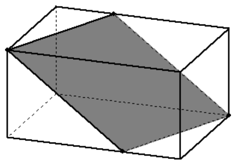
bovenaanzicht (opg. 12)

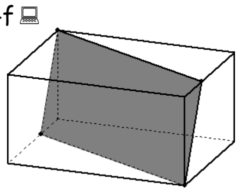
14a


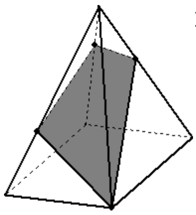
14b


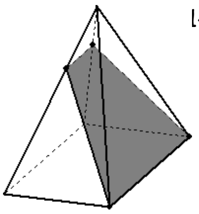
14c


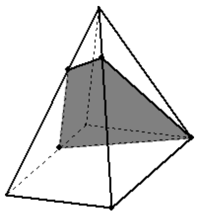
14d


14e


14f


14g


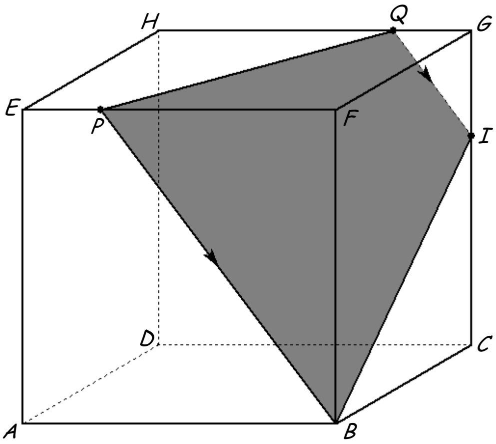
14h


14i


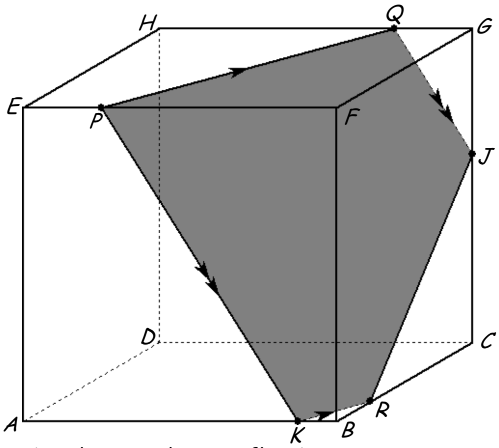
15a Driehoeken, vierhoeken en zeshoeken.

15b Driehoeken, vierhoeken en zeshoeken.

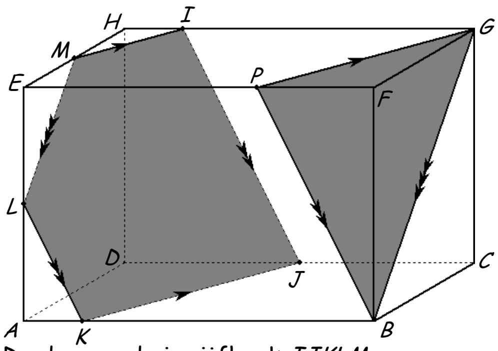
15c Driehoeken en vierhoeken.

16a


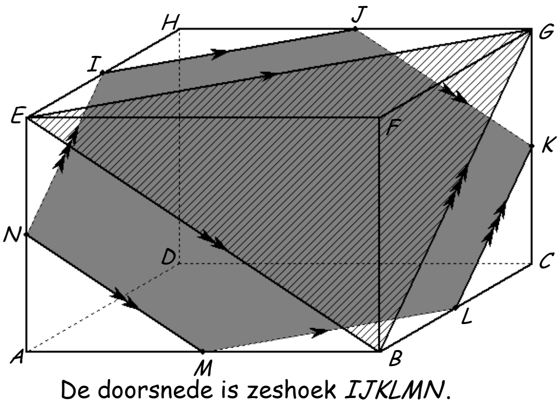
De doorsnede is vierhoek *PQIB*.

16b


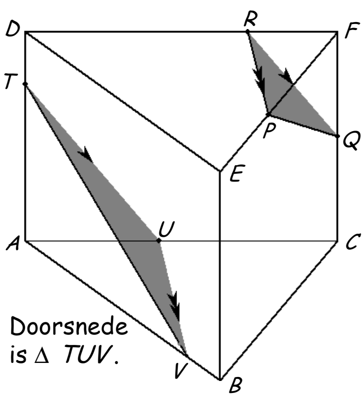
De doorsnede is vijfhoek *PQJRK*.

17


De doorsnede is vijfhoek *IJKLM*.

18


De doorsnede is zeshoek *IJKLMN*.

19


Doorsnede is Δ *TUV*.

Toets voorkennis **EXTRA: 2 Rekenen met wortels op blz. 154 en 155 aan het einde van deze uitwerking**

1a $2\sqrt{3}\cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{6}$.

1b $\frac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{5}$.

1c $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$.

1d $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{4}\cdot 3 = \frac{3}{4}$.

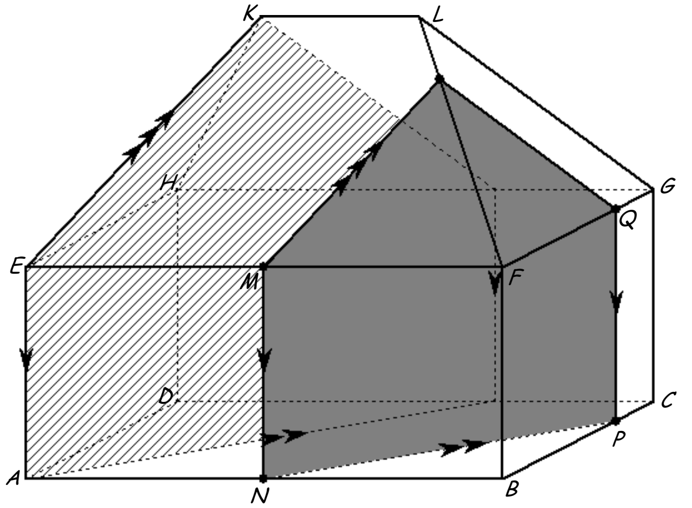
2a $\sqrt{8}+\sqrt{18} = 2\sqrt{2}+3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

2b $\sqrt{12}+\sqrt{48} = 2\sqrt{3}+4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

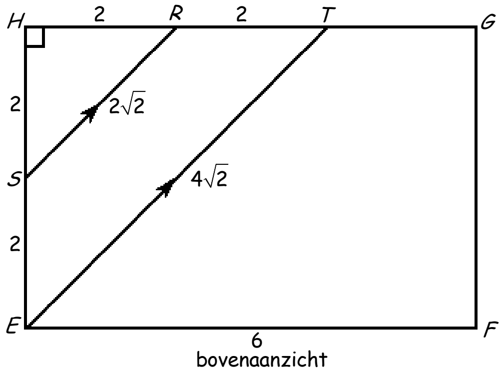
2c $\sqrt{5x^2} = x\sqrt{5}$.

2d $\sqrt{\frac{2}{9}x^2} = \frac{1}{3}x\sqrt{2}$.

20

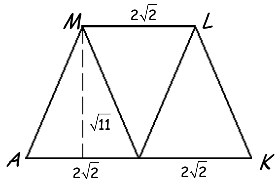


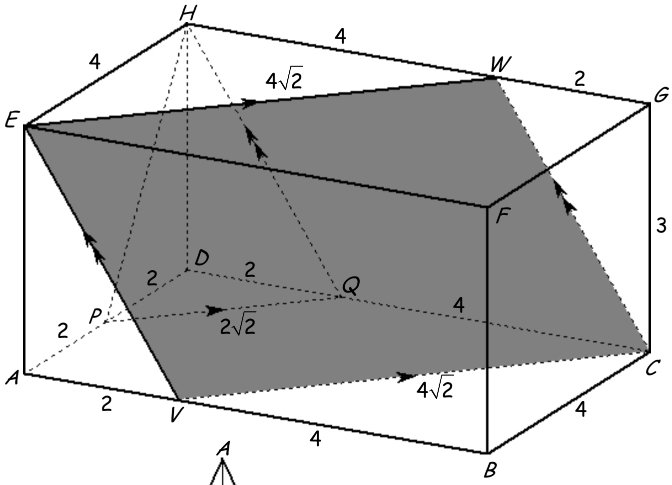
21ab



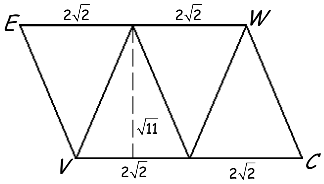
In ΔHRS: $RS = 2\sqrt{2}$. (een vergroting van de 1-1-$\sqrt{2}$ driehoek)
$PQRS$ is een rechthoek met $O(PQRS) = 3 \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.
In ΔHET: $ET = 4\sqrt{2}$. (ΔHET is de 4-4-4$\sqrt{2}$ driehoek)
O(doorsnede door E evenwijdig met $PQRS$) $= 3 \cdot 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$.

22a ΔPQH past precies drie keer in doorsnede $AKLM$.
(zie een schets van doorsnede $AKLM$ hiernaast)
Dus $O(AKLM) = 3 \cdot \sqrt{22}$.
(zie ook voorbeeld op blz. 60)

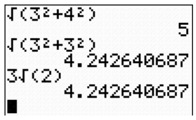




22b Zie doorsnede $VCWE$ in balk $ABCD\ EFGH$ hiernaast.
ΔPQH past precies vier keer in doorsnede $VCWE$.
(zie de schets hiernaast)
Dus $O(VCWE) = 4 \cdot \sqrt{22}$.

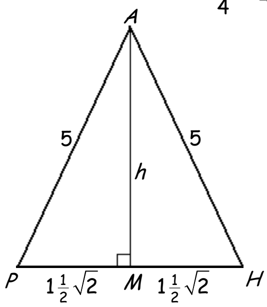


23a $AH = 5$. (ΔAEH is de 3-4-5 driehoek)
$AP = 5$. (ΔAPD is de 3-4-5 driehoek)
$PH = 3\sqrt{2}$. (ΔPDH is de 3-3-3$\sqrt{2}$ driehoek)
$AP = AH \Rightarrow \Delta APH$ is gelijkbenig.
Pyhagoras in ΔAPM: (zie een schets hiernaast)

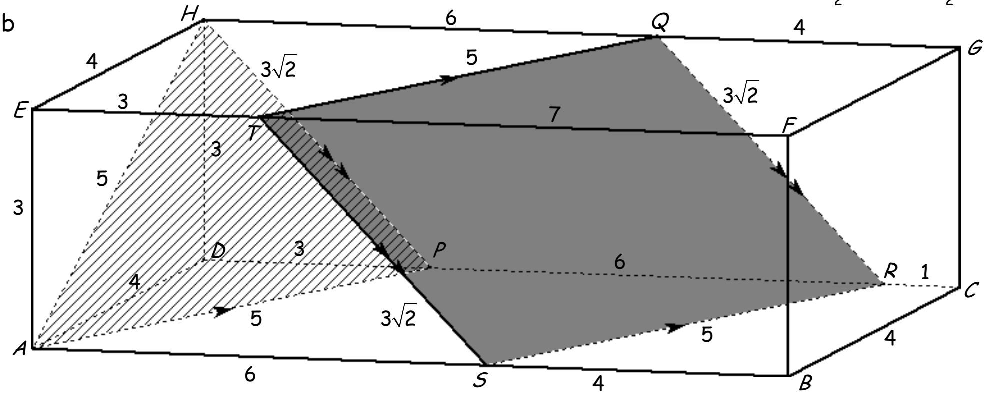


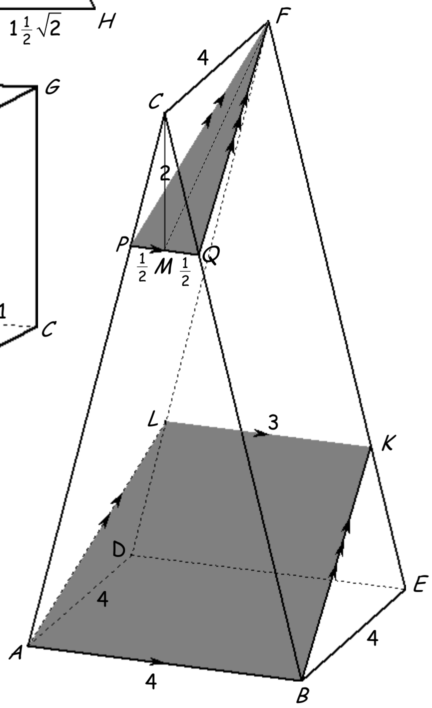
$$h = \sqrt{5^2 - \left(1\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \tfrac{9}{4} \cdot 2} = \sqrt{25 - \tfrac{9}{2}} = \sqrt{20{,}5} = \sqrt{\tfrac{41}{2}}.$$

Dus $O(\Delta APH) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{41}{2}} = 1\frac{1}{2} \cdot \sqrt{41}$.



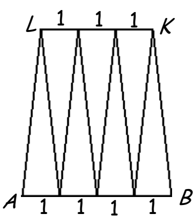
23b





23c In de gevraagde doorsnede $QRST$ past ΔAPH precies twee keer.
Dus $O(QRST) = 2 \cdot O(\Delta APH) = 2 \cdot 1\frac{1}{2} \cdot \sqrt{41} = 3 \cdot \sqrt{41}$.

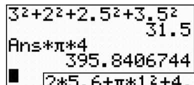
24a $MF = h = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
$O(\Delta PQF) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$.



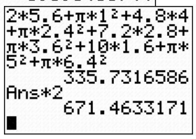
24b $O(ABKL) = 7 \cdot O(\Delta PQF) = 7 \cdot \sqrt{5} = 7\sqrt{5}$. (zie de schets hiernaast)

25 Er zijn verschillende manieren mogelijk. (zie **Theorie A** blz. 63 of het voorbeeld op blz. 64)
De inhoud van de vaas is ongeveer 7 liter.

26 Stapeling van 4 cilinders, elk met hoogte van 4 cm.
Opmeten van de diameters geeft 3; 2; 2,5 en 3,5 cm $\Rightarrow$ de stralen (omdat op schaal 1 : 2) zijn 3; 2; 2,5 en 3,5 cm.
$I(\text{vaas}) \approx \pi \cdot 3^2 \cdot 4 + \pi \cdot 2^2 \cdot 4 + \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 4 + \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 4 \approx 396$ cm^3.



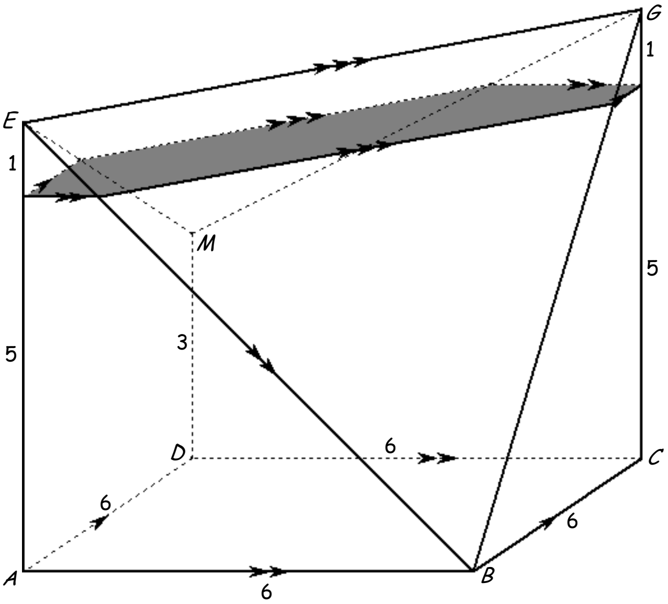
27 $I(\text{koffiefilterhouder}) \approx \left((0{,}5\times4)\times(1{,}4\times4)+\pi(0{,}5\times2)^2\right)\cdot 2+\left((1{,}2\times4)\times(1\times4)+\pi(1{,}2\times2)^2\right)\cdot 2$
$+\left((1{,}8\times4)\times(0{,}7\times4)+\pi(1{,}8\times2)^2\right)\cdot 2+\left((2{,}5\times4)\times(0{,}4\times4)+\pi(2{,}5\times2)^2\right)\cdot 2$
$+\left(\pi(3{,}2\times2)^2\right)\cdot 2 \approx 670$ cm^3.



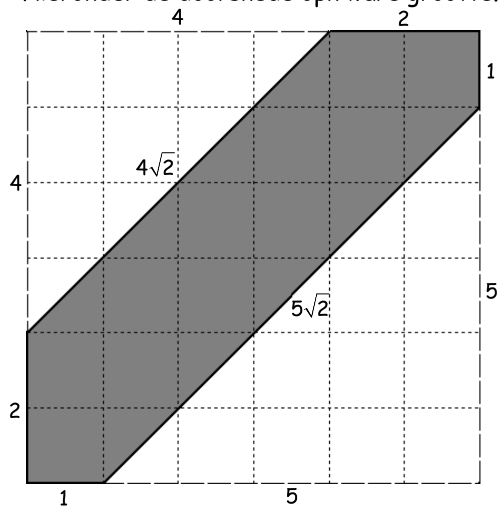
28a Alleen zijde AP (van doorsnede ACP) in het voorvlak is op ware grootte getekend.

28b $AP = PC = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$.

29a

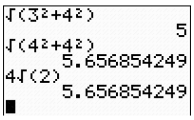


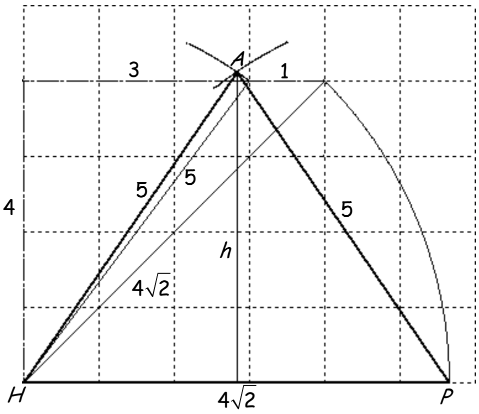
29b Teken (eventueel) het voor-, achter-, boven-rechter- of linkerzijaanzicht voor de maten.
Hieronder de doorsnede opn ware grootte.



29c $O(\text{doorsnede}) = 6\cdot6-\frac{1}{2}\cdot4\cdot4-\frac{1}{2}\cdot5\cdot5 = 36-8-12{,}5 = 15{,}5$ (cm^2). (de omtrek is $1+2+4\sqrt{2}+2+1+5\sqrt{2} = 6+9\sqrt{2}$ cm)

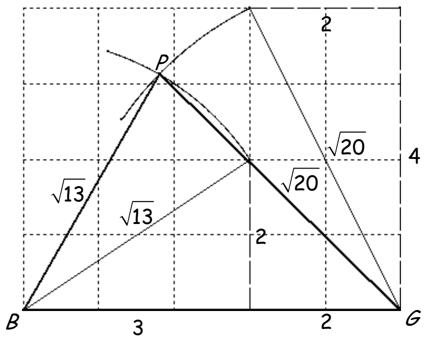
30a De doorsnede door A, P en H is ΔAPH.
$AP = 5$. (ΔAPE is de 3-4-5 driehoek)
$HP = 4\sqrt{2}$. (ΔHEP is de 4-4-$4\sqrt{2}$ driehoek)
$AH = 5$. (ΔAPE is de 3-4-5 driehoek)
$AP = AH = 5 \Rightarrow \Delta APH$ is gelijkbenig.
Hieronder ΔAPH op ware grootte.



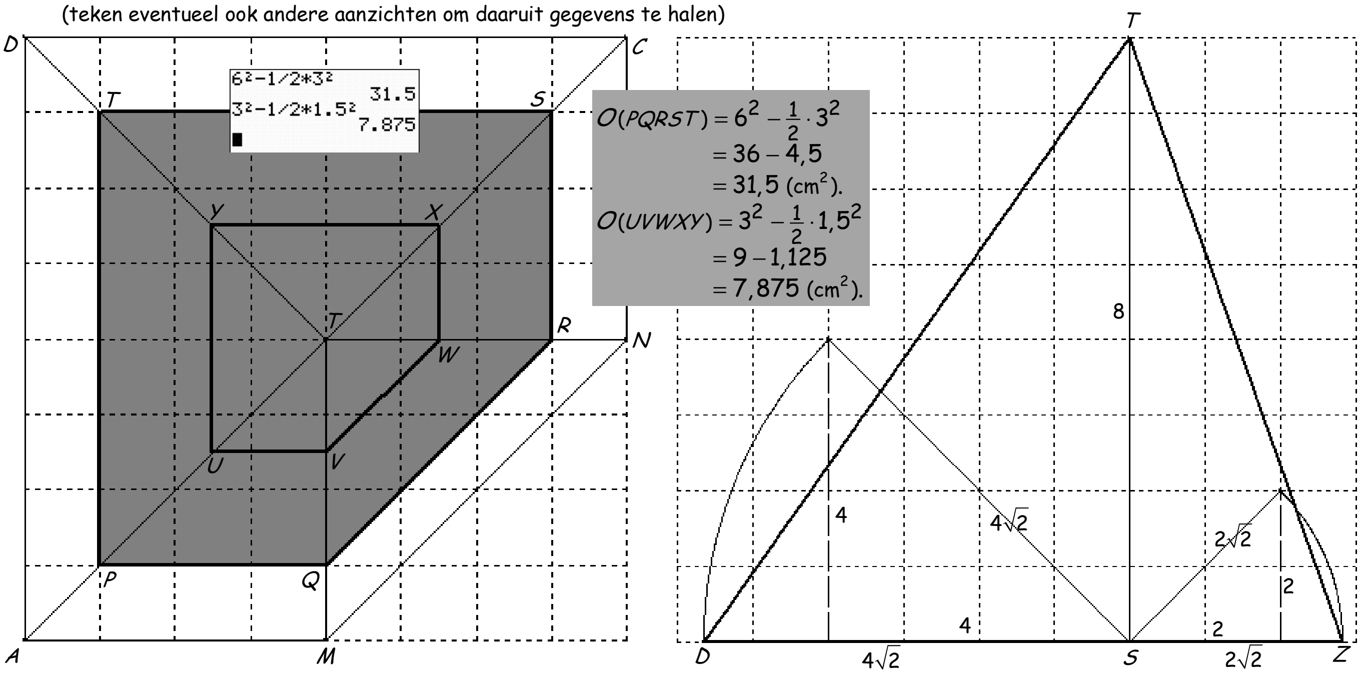


30b $h = \sqrt{5^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{25-4\cdot2} = \sqrt{17}$.
Dus $O(\Delta APH) = \frac{1}{2}\cdot b\cdot h = \frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot\sqrt{17} = 2\cdot\sqrt{34}$.

30c De doorsnede door B, P en G is ΔBPG.
$BP = \sqrt{13}$. (Pythagoras in ΔBFP)
$BG = 5$. (ΔBFG is de 3-4-5 driehoek)
$PG = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. (Pythagoras in ΔPFG)
Hieronder ΔBPG op ware grootte.



31ab In het bovenaanzicht hieronder is op ware grootte de doorsnede op hoogte 2 cm getekend. Dat is vijfhoek $PQRST$.
Tevens is er op ware grootte de doorsnede op hoogte 5 getekend. Zie vijfhoek $UVWXY$.
(teken eventueel ook andere aanzichten om daaruit gegevens te halen)

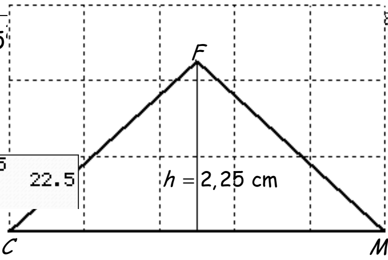


$$O(PQRST) = 6^2 - \tfrac{1}{2}\cdot 3^2 = 36 - 4{,}5 = 31{,}5 \text{ (cm}^2).$$
$$O(UVWXY) = 3^2 - \tfrac{1}{2}\cdot 1{,}5^2 = 9 - 1{,}125 = 7{,}875 \text{ (cm}^2).$$

31c De doorsnede door D, T en S op ware grootte is driehoek DTZ hierboven.
(de lengtes van DS en SZ kunnen ook met de passer uit het bovenaanzicht gehaald worden)
$O(\Delta DTZ) = \frac{1}{2}\cdot DZ \cdot TS = \frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2}\cdot 8 = 24\sqrt{2} \approx 33{,}94$ (cm²). 1/2*6√(2)*8 33.9411255

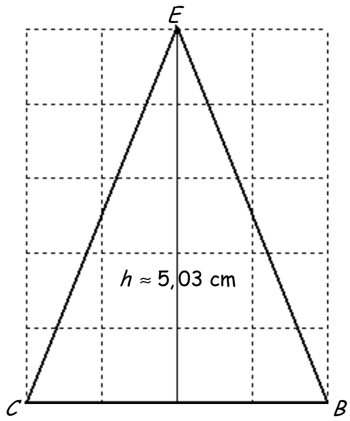
32a $AE' = \sqrt{3^2+4^2} (= 5)$ en $AE = \sqrt{(AE')^2 + 4{,}5}$ … +4²+4.5²) 6.726812024

32b ΔCMF is een gelijkbenige driehoek
met basis $CM = 2CF = 2AE' = 10$ (m)
en hoogte $FF' = 4{,}5$ (m).
$O(\Delta CMF) = \frac{1}{2}\cdot 10 \cdot 4{,}5 = 22{,}5$ (m²). 1/2*10*4.5 22.5
Hiernaast staat ΔCMF op
schaal 1 : 200 getekend.
(dus $b = 5$ cm en $h = 2{,}25$ cm)

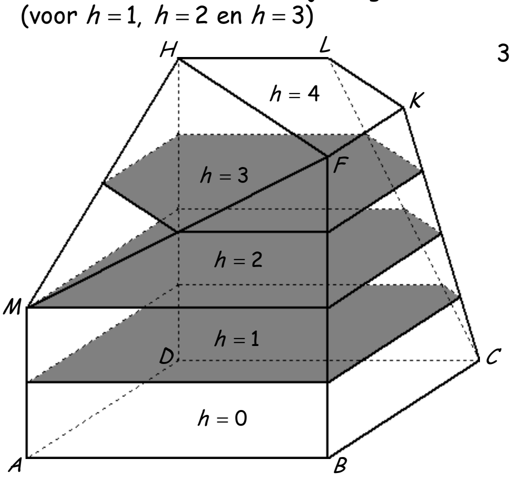


32c ΔBCE is een gelijkbenige driehoek
met basis $BC = 2\cdot 4 = 8$ (m) en
(het midden van BC noemen we M)
hoogte $ME = \sqrt{9^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{101{,}25}$ (m).
Dus $O(\Delta BCE) = \frac{1}{2}\cdot 8 \cdot \sqrt{101{,}25} \approx 40{,}25$ (m²).
Hiernaast is ΔCMF getekend op schaal 1 : 200. ($b = 4$ cm en $h \approx 5{,}0$ cm)

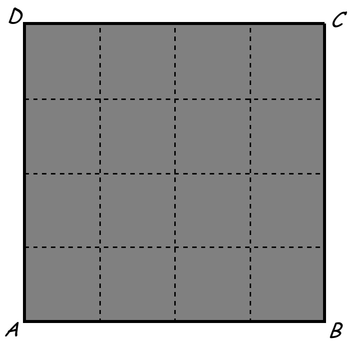
```
9²+4.5²
             101.25
√(101.25)
         10.0623059
Ans*4
         40.24922359
√(101.25)/200
        .0503115295
```



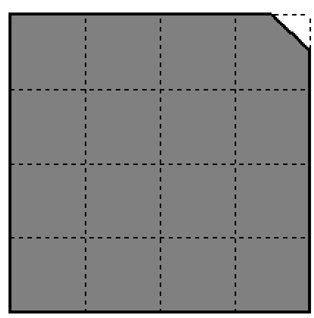
33a Doorsneden in de ruimtelijke figuur.
(voor $h = 1$, $h = 2$ en $h = 3$)



33b doorsnede (op ware grootte) op hoogte $h = 0$ (dit is vierkant $ABCD$)

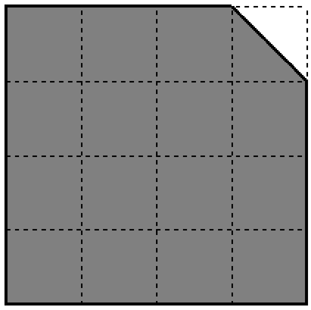


doorsnede (op ware grootte) op hoogte $h = 1$

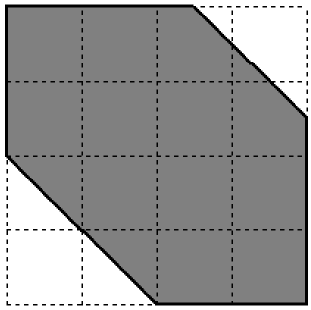


33b vervolg

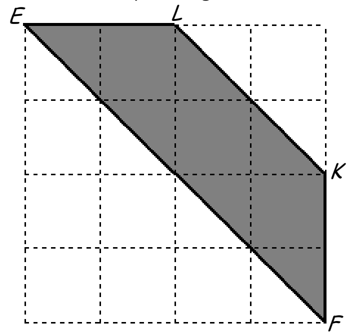
$h = 2$ (op ware grootte)



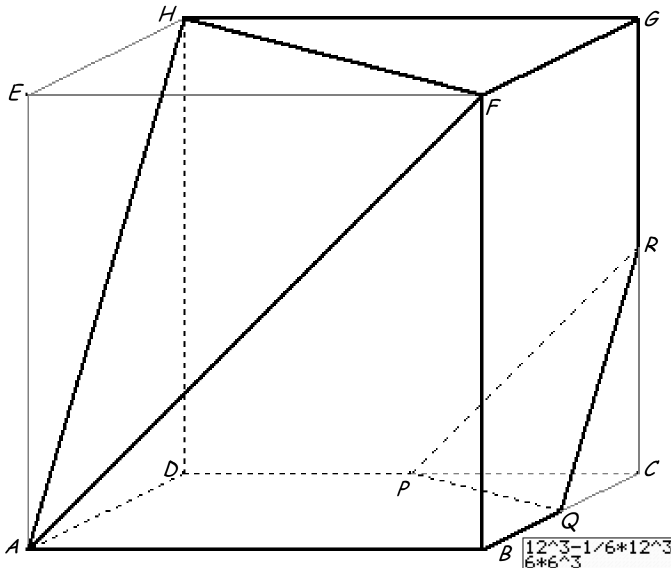
$h = 3$ (op ware grootte)



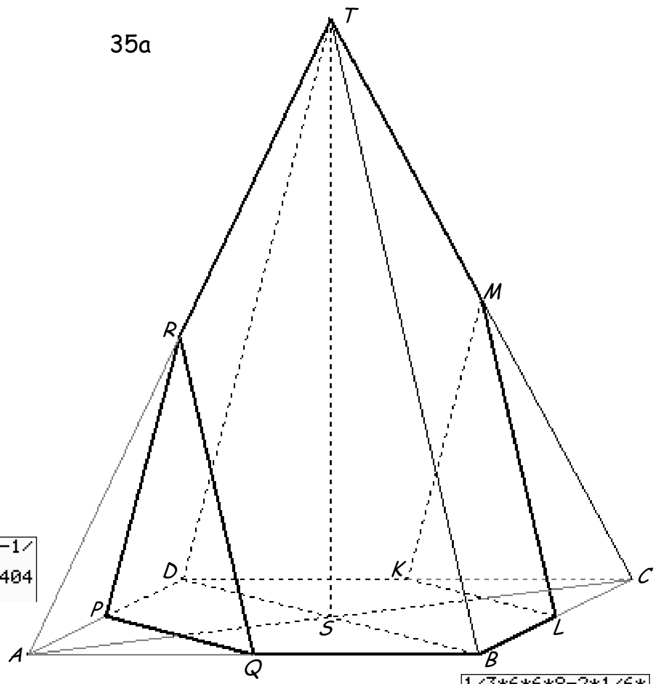
$h = 4$ (op ware grootte)



34



35a



$I = I(ABCD\ EFGH) - I(A\ EFH) - I(R\ PQC)$
$= 12 \cdot 12 \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1404$ (cm^3).

```
12^3-1/6*12^3-1/
6*6^3
            1404
```

35b $I = I(T\ ABCD) - I(R\ APQ) - I(M\ KLC) = I(T\ ABCD) - 2 \cdot I(R\ APQ) = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 8 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 \cdot 4 = 84$ (cm^3).

```
1/3*6*6*8-2*1/6*
3*3*4
              84
```

35c $O(\text{grondvlak}) = O(ABCD) - 2 \cdot O(APQ) = O(ABCD) - O(APSQ) = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$ (cm^2).
$O(QBTR) = O(ABT) - O(AQR) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{73} - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{73} = 3\sqrt{73} - \frac{3}{4}\sqrt{73} = \frac{9}{4}\sqrt{73}$ (cm^2).
$O(PQR) = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 4 = 6\sqrt{2}$ (cm^2). Dus $O(\text{lichaam}) = 27 + 4 \cdot \frac{9}{4}\sqrt{73} + 2 \cdot 6\sqrt{2} \approx 121$ (cm^2).

```
3²+8²
              73
27+9√(73)+12√(2)
     120.8665965
```

36a $O(ABFE) = 4 \cdot 3 = 12$ (cm^2).

36b $O(\text{balk}) = 2 \cdot O(ABFE) + 2 \cdot O(BCGF) + 2 \cdot O(ABCD) = 2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 2 = 24 + 12 + 16 = 52$ (cm^2).

36c $I(\text{balk}) = 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ (cm^3).

36d De afmetingen van balk II zijn $4 \cdot 5 = 20$ bij $2 \cdot 5 = 10$ bij $3 \cdot 5 = 15$ (cm).

36e $O(\text{voorvlak balk II}) = (4 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) = 4 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$ (cm^2).

36f De oppervlakte van het voorvlak wordt met $5^2 = k^2$ vermenigvuldigd.

36g $O(\text{balk II}) = 2 \cdot (4 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) + 2 \cdot (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) + 2 \cdot (4 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = 24 \cdot 5^2 + 12 \cdot 5^2 + 16 \cdot 5^2 = 52 \cdot 5^2 = k^2 \cdot O(\text{balk I})$.

36h $I(\text{balk II}) = (4 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) = 24 \cdot 5^3 = I(\text{balk I}) \cdot 5^3 = k^3 \cdot I(\text{balk I})$.

37 $O(\text{basketbal}) = 20 \cdot O(\text{tennisbal})$. Dus $k^2 = 20 \Rightarrow k = \sqrt{20}$ en $k^3 = \left(\sqrt{20}\right)^3 \approx 89,4$.
$I(\text{basketbal}) \approx 89,4 \cdot I(\text{tennisbal})$.

```
√(20
     4.472135955
Ans^3
      89.4427191
```

38 afmetingen(grote ballon) $= 2 \cdot$ afmetingen(kleine ballon). Dus $k = 2 \Rightarrow k^3 = 2^3 = 8$.
$I(\text{grote ballon}) = 8 \cdot I(\text{kleine ballon}) = 8 \cdot 3 = 24$ (liter). De inhoud van de ballon moet met $24 - 3 = 21$ liter toenemen.

39 I(grote oliebol) $= 3 \cdot I$(kleine oliebol). Dus $k^3 = 3 \Rightarrow k = \sqrt[3]{3}$ en $k^2 = \left(\sqrt[3]{3}\right)^2 \approx 2{,}1$.
Harm moet de bollen 2,1 keer zo lang bakken.

```
3×√3
          1.44224957
Ans²
         2.080083823
```

40a $AB = 6$ en $PQ = 2 \Rightarrow$ afmetingen(grote piramide) $= 3 \cdot$ afmetingen(piramide boven kubus). Dus $k = 3 \Rightarrow k^3 = 3^3 = 27$.
I(grote piramide) $= 27 \cdot I$(piramide boven kubus). Van de grote piramide zit $\frac{1}{27}$ deel buiten en $\frac{26}{27}$ deel in de kubus.

40b I(kleine piramide) $= \frac{1}{3} \cdot I$(grote piramide). Dus $k^3 = \frac{1}{3}$ en $k = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.

```
3×√(1/3)
        .6933612744
```

$h(\text{kleine piramide}) = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot h(\text{grote piramide})$

$h(\text{kleine piramide}) = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \left(6 + h(\text{kleine piramide})\right)$

$h(\text{kleine piramide}) = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot 6 + \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot h(\text{kleine piramide})$

$h(\text{kleine piramide}) - \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot h(\text{kleine piramide}) = 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

$h(\text{kleine piramide}) \cdot \left(1 - \sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) = 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

$h(\text{kleine piramide}) = \dfrac{6 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{1}{3}}} \approx 13{,}6$ (cm).

```
6*3×√(1/3)/(1-3×
√(1/3))
         13.56700018
```

40c $\frac{3}{4}$ deel in de kubus $\Rightarrow \frac{1}{4}$ deel erbuiten.

I(kleine piramide) $= \frac{1}{4} \cdot I$(grote piramide) $\Rightarrow k = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$.

$h(\text{kleine piramide}) = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot h(\text{grote piramide})$

```
3×√(1/4)
        .6299605249
```

$h(\text{kleine piramide}) = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \left(6 + h(\text{kleine piramide})\right)$

$h(\text{kleine piramide}) - \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot h(\text{kleine piramide}) = 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

$h(\text{kleine piramide}) = \dfrac{6 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{1}{4}}} \approx 10{,}2$ (cm).

```
6*3×√(1/4)/(1-3×
√(1/4))
          10.2144863
```

41 75% buiten de kubus $\Rightarrow$ 25% erbinnen.
I(kleine piramide) $= 0{,}25 \cdot I$(grote piramide) $\Rightarrow k = \sqrt[3]{0{,}25}$.
$h(\text{kleine piramide}) = \sqrt[3]{0{,}25} \cdot h(\text{grote piramide})$
$10 = \sqrt[3]{0{,}25} \cdot h(\text{grote piramide})$
$h(\text{grote piramide}) = \dfrac{10}{\sqrt[3]{0{,}25}} \approx 15{,}9$.

```
10/3×√0.25
         15.87401052
```

42 80% binnen de kubus $\Rightarrow$ 20% erbuiten.
I(kleine kegel) $= 0{,}20 \cdot I$(grote kegel) $\Rightarrow k = \sqrt[3]{0{,}2}$.
$h(\text{kleine kegel}) = \sqrt[3]{0{,}2} \cdot h(\text{grote kegel})$
$h(\text{grote kegel}) - 6 = \sqrt[3]{0{,}2} \cdot h(\text{grote kegel})$
$h(\text{grote kegel}) = \dfrac{6}{1 - \sqrt[3]{0{,}2}} \approx 14{,}45$.

```
6/(1-3×√0.2)
         14.45099053
```

43a De bovenkanten van de vier poten dragen in totaal $69 - 4 \cdot 3 = 57$ (eenheidskubussen).
Deze staan op 4 eenheidsvierkanten $\Rightarrow$ het gewicht per vierkante eenheid is $\frac{57}{4} = 14{,}25$.

```
69-12
                  57
Ans/4
               14.25
```

43b De bovenkanten van de vier poten dragen in totaal $432 + 24 = 456$ (of $57 \cdot 2^3 = 57 \cdot 8 = 456$).
Deze staan op $4 \cdot 2^2 = 16$ eenheidsvierkanten $\Rightarrow$ het gewicht per vierkante eenheid is $\frac{456}{16} = 28{,}5$.

43c Wat opvalt, is dat het gewicht per eenheidsvierkant verdubbeld is.

```
432+24
                 456
57*2^3
                 456
Ans/16
                28.5
28.5/14.25
```

44a De romp is een balk van 6 bij 3 bij 3. Dus de romp heeft 4 grensvlakken van 6 bij 3 en 2 grensvklakken van 3 bij 3.
De oppervlakte van de romp is $4 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72 + 18 = 90$ (eenheidsvierkanten).

```
4*6*3+2*3*3
                  90
```

44b "oppervlakte romp : inhoud romp" is $\frac{90}{6 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = \frac{\frac{5}{3}}{1} = \frac{1\frac{2}{3}}{1} = 1\frac{2}{3} : 1$.

44c "oppervlakte romp : inhoud romp" bij (vergrotingsfactor) $k = 2$ wordt $\frac{90 \cdot 2^2}{6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2^3} = \frac{10}{6 \cdot 2} = \frac{5}{6} = \frac{\frac{5}{6}}{1} = \frac{5}{6} : 1$.

44d Grote dieren hebben naar verhouding minder oppervlakte dan inhoud $\Rightarrow$ grote dieren houden meer warmte vast.

45a Het gewicht van de hond is $\underbrace{1 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{kop}} + \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 2}_{\text{hals}} + \underbrace{5 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{romp}} + \underbrace{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{poten}} = 4 + 2 + 20 + 8 = 34$ kg.
De oppervlakte van de (onderkant van de) poten die rusten op de grond is $2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$ dm^2.
Het gewicht dat de poten gemiddeld per dm^2 moeten dragen, is $\frac{34}{4} = 8{,}5$ kg.

45b De oppervlakte van de hond is $\underbrace{14}_{\text{kop}} + \underbrace{6}_{\text{hals}} + \underbrace{42}_{\text{romp}} + \underbrace{4 \cdot 9}_{\text{poten}}$ (ook tussen de poten) $= 14 + 6 + 42 + 36 = 98$ dm^2.
"oppervlakte : inhoud" is $98 : 34 = 49 : 17 = \frac{49}{17} = \frac{49}{17} : 1$ of $2\frac{15}{17} : 1$.

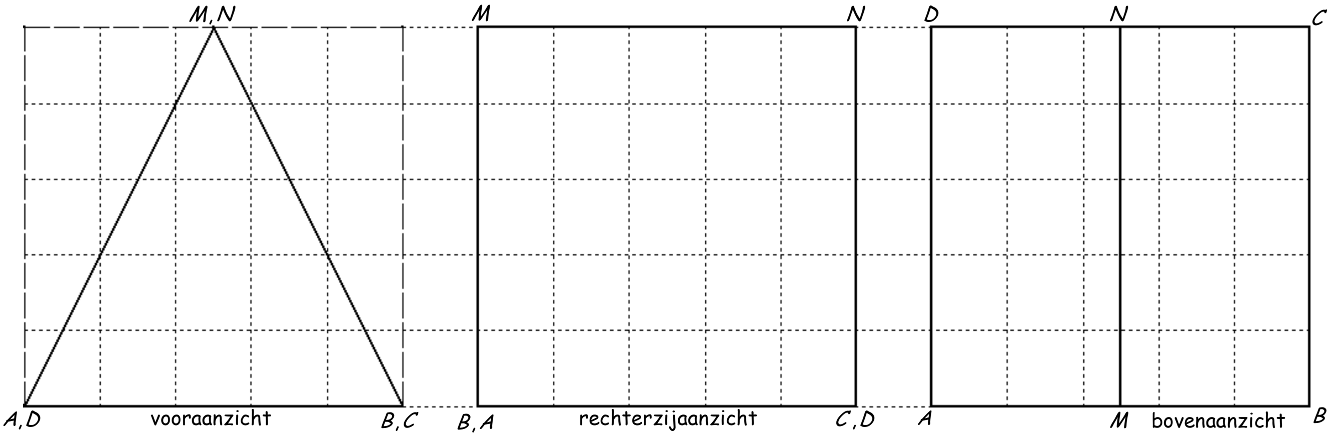
45c $k = 5 \Rightarrow k^2 = 5^2$ en $k^3 = 5^3$. Dus moeten de poten per dm^2 $\frac{5^3}{5^2} = 5$ keer zoveel dragen.

45d "oppervlakte : inhoud" (bij $k = 5$) wordt $(98 \times 5^2) : (34 \times 5^3) = 98 : (34 \times 5) = 49 : (17 \times 5) = 49 : 85 = \frac{49}{85} = \frac{49}{85} : 1$.

45e "oppervlakte : inhoud" (bij $k = 10$) wordt $(98 \times 10^2) : (34 \times 10^3) = 98 : (34 \times 10) = 49 : (17 \times 10) = 49 : 170 = \frac{49}{170} = \frac{49}{170} : 1$.

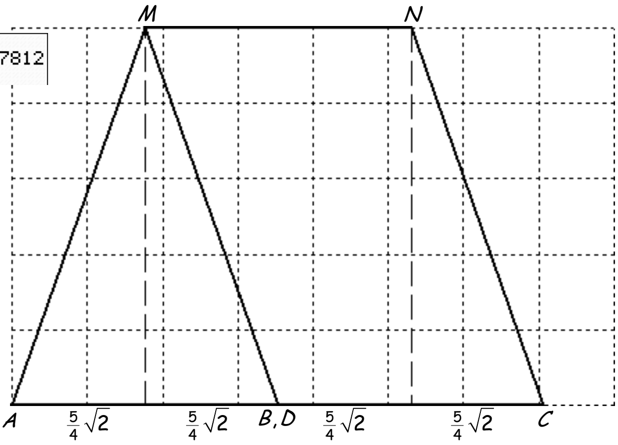
Diagnostische toets

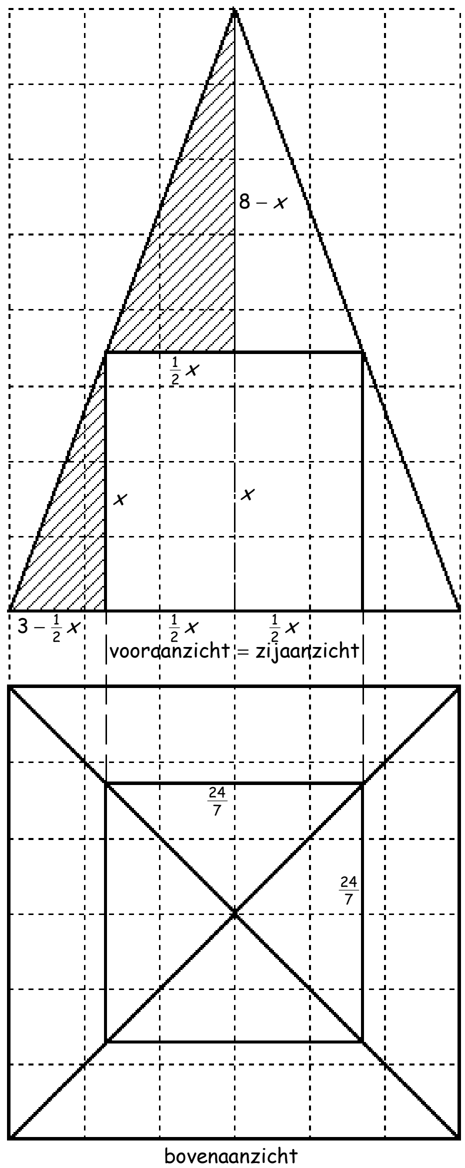
D1a



D1b AC in het vlak van de tekening.
(bij de kijkrichting evenwijdig met BD)
$AC = 5\sqrt{2}$. (ΔABC is vergroting van 1-1-$\sqrt{2}$ driehoek)

```
5√(2)
        7.071067812
```





D2a Zie het voor-, zij- en bovenaanzicht hiernaast.
Stel de ribbe van de kubus x.
De twee gearceerde driehoeken (in vooraanzicht) zijn gelijkvormig.

$\frac{1}{2}x \cdot x = (3-\frac{1}{2}x)\cdot(8-x)$

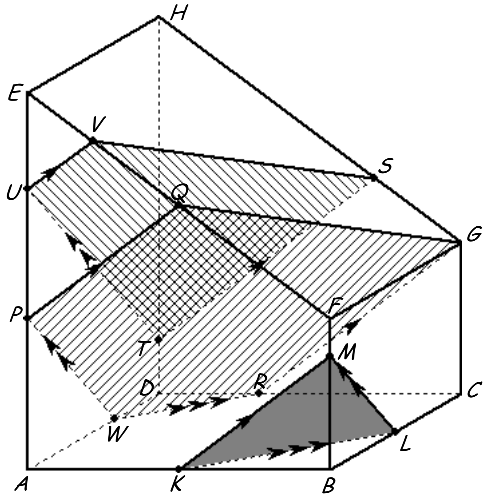
$\frac{1}{2}x^2 = 24 - 3x - 4x + \frac{1}{2}x^2$

$7x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{7}.$

$3-\frac{1}{2}x$	x
$\frac{1}{2}x$	$x-8$

```
24/7→X
        3.428571429
1/2X
        1.714285714
X^3▸Frac
        13824/343
```

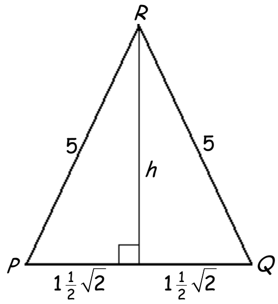
D2b $I(\text{kubus}) = \left(\frac{24}{7}\right)^3 = \frac{13824}{343}.$

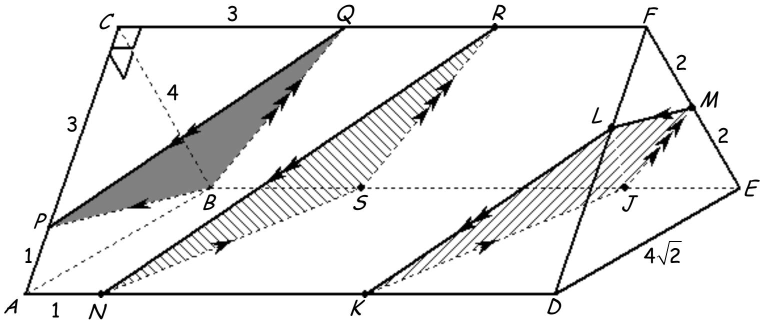


D3a Zie doorsnede $PQGRW$ hiernaast.

D3b Zie doorsnede $STUV$ hiernaast.

D4a In ΔABC is $\angle ACB = 90°$ en in ΔDEF is $\angle DFE = 90°$.
(beide driehoeken zijn vergrotingen van de 1-1-$\sqrt{2}$ driehoek)
$PB = 5$ (ΔPBC is de 3-4-5 driehoek),
$QB = 5$ (ΔBQC is de 3-4-5 driehoek) en
$PQ = 3\sqrt{2}$ (ΔPQC is een vergroting van de 1-1-$\sqrt{2}$ driehoek).
Dus ΔPQR is een gelijkbenige driehoek met
$h = \sqrt{5^2 - \left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \frac{9}{4}\cdot 2} = \sqrt{25 - \frac{9}{2}} = \sqrt{20{,}5}$ en $O(PQR) = \frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{20{,}5} = 1\frac{1}{2}\cdot\sqrt{41}$.





D4b Zie doorsnede NRS hiernaast.

D4c $RS = QB = 5$.
$NR = \frac{4}{3}\cdot PQ = \frac{4}{3}\cdot 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.
$NS = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{32+1} = \sqrt{33}$.
Omtrek $= 5 + 4\sqrt{2} + \sqrt{33} \approx 16{,}40$.

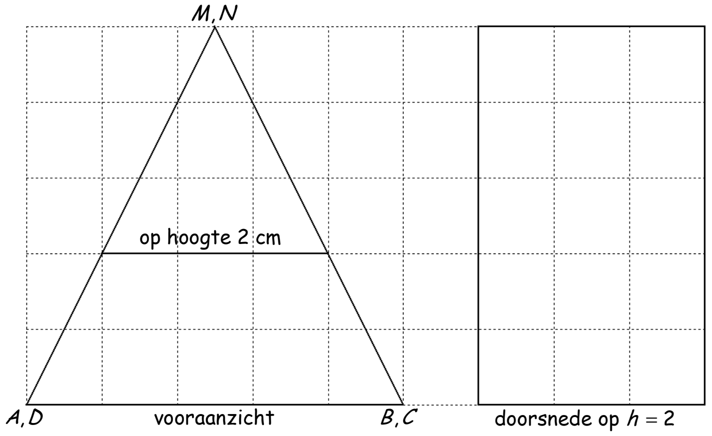
```
5+4√(2)+√(33)
        16.4014169
```

D4d Zie doorsnede $JKLM$ hiernaast.

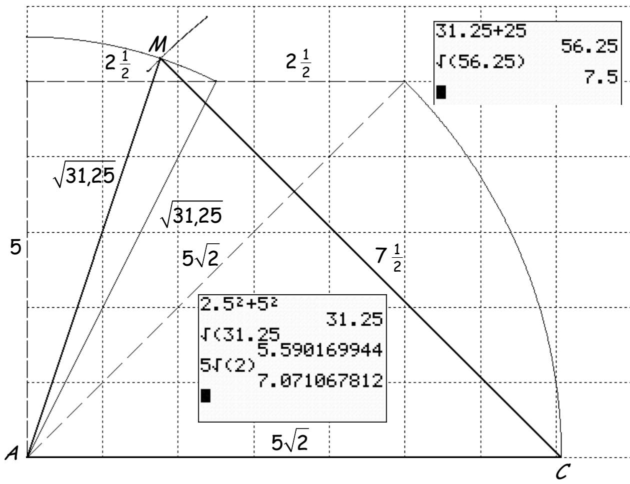
D5 Omtrek $= \pi\cdot 14^2\cdot 10 + \pi\cdot 17^2\cdot 10 + \pi\cdot 18^2\cdot 10 + \pi\cdot 11^2\cdot 10 + \pi\cdot 2^2\cdot 10 \approx 30850$ (cm^3).
Dit is ongeveer 31 liter.

```
14²+17²+18²+13²+
2²
               982
Ans*10π
       30850.43986
```

D6a Teken eerst het vooraanzicht (zie hieronder).
De doorsnede op hoogte 2 is een rechthoek
van 3 bij 5, dus met oppervlakte 15 (cm^2).



D6b $AM = \sqrt{2{,}5^2 + 5^2} = \sqrt{31{,}25}$ (Pythagoras in ΔAEM),
$AC = 5\sqrt{2}$ (diagonaal van een vierkant van 5 bij 5) en
$CM = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5$ (Pyth. in ΔBCM met $BM = AM$).



D7a $\mathcal{I}$(grote kogel) $= 10\,000\cdot\mathcal{I}$(kogeltje) $\Rightarrow k^3 = 10\,000 \Rightarrow k = \sqrt[3]{10\,000}$.
d(grote kogel) $= k\cdot d$(kogeltje) $= \sqrt[3]{10\,000}\cdot 3 \approx 65$ (mm).

```
3*√10000*3
        64.6330407
```

D7b O(grote kogel) $= k^2\cdot O$(kogeltje). Oppervlakte van grote kogel is $k^2 = \left(\sqrt[3]{10\,000}\right)^2 \approx 464$ keer zo groot.

```
3*√10000²
       464.1588834
```

D7c $k^2 = 1000 \Rightarrow k = \sqrt{1000} \Rightarrow k^3 = \left(\sqrt{1000}\right)^3 \approx 31620$. Dus $n = 31620$.

```
√(1000)^3
        31622.7766
```

D8 $\mathcal{I}$(kleine kegel) $= 0{,}35\cdot\mathcal{I}$(grote kegel) $\Rightarrow k = \sqrt[3]{0{,}35}$.
h(kleine kegel) $= \sqrt[3]{0{,}35}\cdot h$(grote kegel)
h(grote kegel) $- 10 = \sqrt[3]{0{,}35}\cdot h$(grote kegel)
h(grote kegel) $- \sqrt[3]{0{,}35}\cdot h$(grote kegel) $= 10$
h(grote kegel) $\cdot\left(1 - \sqrt[3]{0{,}35}\right) = 10$
h(grote kegel) $= \dfrac{10}{1 - \sqrt[3]{0{,}35}} \approx 33{,}9$ (cm).

```
10/(1-3*√0.35)
       33.86729334
```

D9a $k = \frac{120}{320} = 0{,}375$.

```
120/320
              .375
5500*0.375^3
       290.0390625
```

De kleine olifant weegt $5500\cdot 0{,}375^3 \approx 290$ kg.

D9b De oppervlakte van de oren van de grote olifant is

```
0.375*600
               225
```

$\left(\frac{1}{0{,}375}\right)^2 = 225$ keer zo groot als bij de kleine olifant.

D9c De oppervlakte van de oren van de grote olifant is

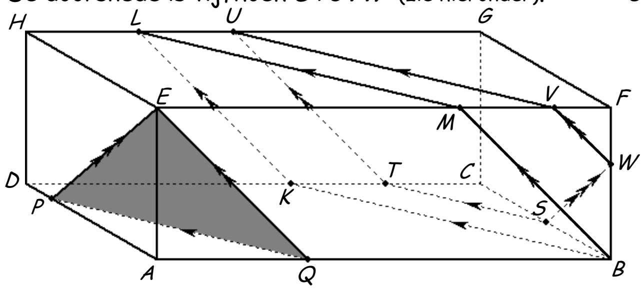
```
(1/0.375)²
       7.111111111
Ans▸Frac
              64/9
```

$\left(\frac{1}{0{,}375}\right)^2 = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$ keer zo groot.

Gemengde opgaven 10. Aanzichten en doorsneden

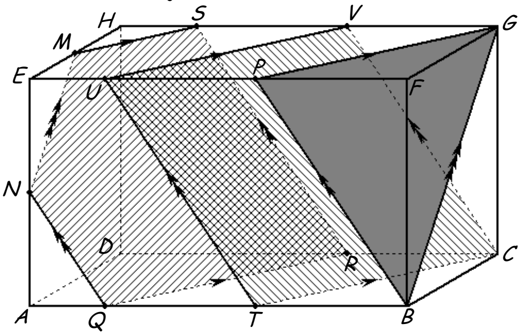
G11a De doorsnede is vierhoek $BKLM$ (zie hieronder).

G11b De doorsnede is vijfhoek $STUVW$ (zie hieronder).



G12a De doorsnede is vijfhoek $MNQRS$ (zie hieronder).

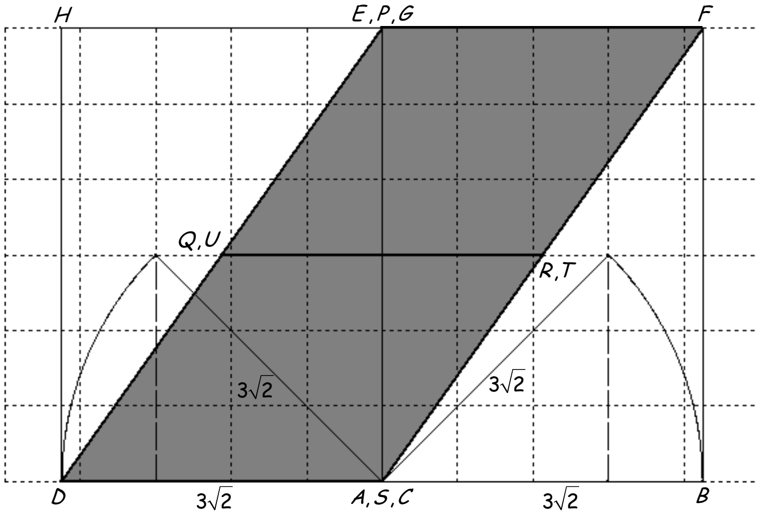
G12b De doorsnede is vijfhoek $CTUV$ (zie hieronder).



G13 Noem de hoogte van de balk h. Er moet gelden: $AG = d = 2r = 10$.
(lijnstuk tussen twee uiterste punten van de balk is een diameter van de bol)
$AG = \sqrt{AC^2 + CG^2} = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CG^2} = \sqrt{2^2 + 2^2 + h^2} = 10$ (kwadrateren)
$2^2 + 2^2 + h^2 = 100 \Rightarrow h^2 = 100 - 2^2 - 2^2 = 92 \Rightarrow h = \sqrt{92}$ $(= \sqrt{4 \cdot 23} = 2\sqrt{23})$.

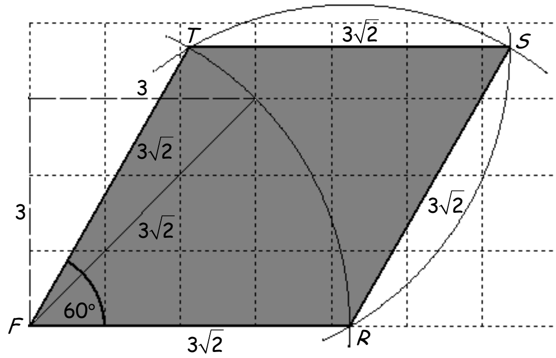
G14a DQ, DS, DU, FP, FR en FT zijn halve zijvlaksdiagonalen van kubus $ABCD\,EFGH$.
De zijvlaksdiagonalen van de kubus zijn $6\sqrt{2}$.
Dus $DQ = DS = DU = FP = FR = FT = 3\sqrt{2}$.
De afstand van P (midden in het bovenvlak) naar Q (midden in het linkerzijvlak) is $PQ = MN = 3\sqrt{2}$.
(waarbij M het midden is van AE en N van EF).
Evenzo is $PU = RQ = RS = TU = TS = 3\sqrt{2}$.
Dus alle (12) ribben van lichaam L zijn even lang.

G14b Het aanzicht in de richting van AC hiernaast.
(diagonaalvlak $BDFH$ in het vlak van de tekening)



G14c $RS = TS = FR = FT = 3\sqrt{2}$ (zie G14a).
Dus $RSTF$ is een ruit.
$\angle RFT = \angle AFC = 60°$ (ΔAFC is gelijkzijdig).
Hiernaast vierhoek $RSTF$ op ware grootte.

G14d Vierhoek $RSTF$ is geen vierkant, dus lichaam L is geen kubus.
(of diagonaalvlak $DSFP$, zie G14b, is geen rechthoek $\Rightarrow L$ is geen kubus)

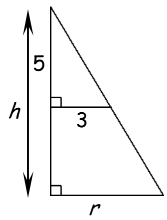


G15 85% buiten de cilinder $\Rightarrow$ 15% erbinnen.
$\mathcal{I}$(kleine kegel) $= 0{,}15 \cdot \mathcal{I}$(kegel) $\Rightarrow k = \sqrt[3]{0{,}15}$.

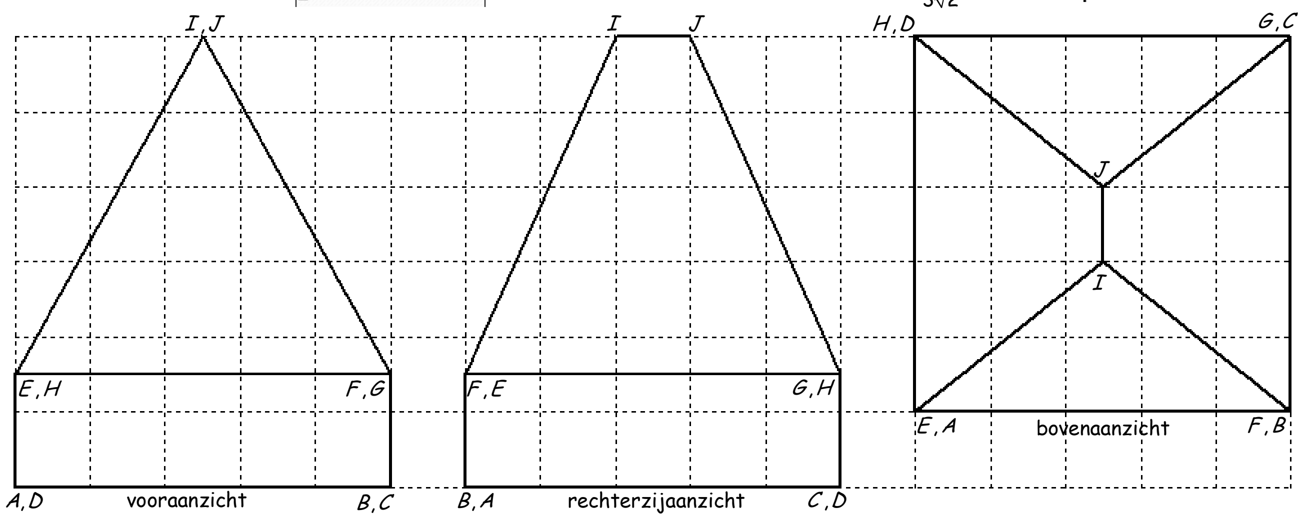
h(kleine kegel) $= \sqrt[3]{0{,}15} \cdot h$(kegel)
$5 = \sqrt[3]{0{,}15} \cdot h$(kegel)
$h(\text{kegel}) = \dfrac{5}{\sqrt[3]{0{,}15}}$.
$r = \dfrac{5}{\sqrt[3]{0{,}15}} \cdot 3 : 5 \approx 5{,}6$ (cm).

topkegel	5	3
kegel	$h = \frac{5}{\sqrt[3]{0{,}15}}$	r

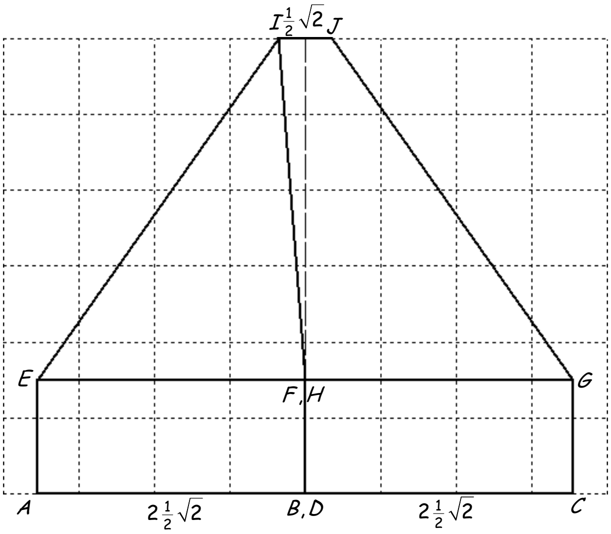
```
5/3*³√0.15*3/5
        5.646216173
```



G16a



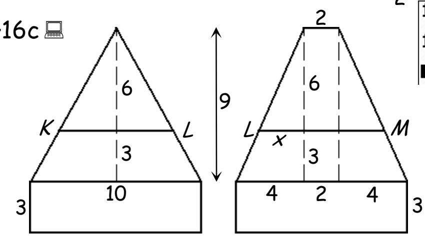
G16b



$AC = 10\sqrt{2}$ (m) wordt (op schaal) in het aanzicht $5\sqrt{2}$ (cm).
Dus BC (= 10 m) wordt dit aanzicht $\frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}$ (cm)
en IJ (= 2 m) wordt in het aanzicht $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$ (cm).

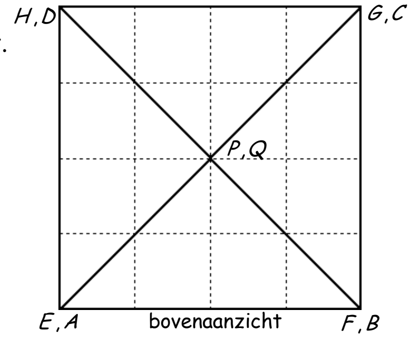
```
1/2*5√(2)
         3.535533906
1/2*√(2)
         .7071067812
```

G16c




```
6/9*10►Frac
               20/3
6/9*4►Frac
                8/3
2(20/3+2*8/3+2)
                 28
```

$KL = \frac{6}{9}\cdot 10 = \frac{2}{3}\cdot 10 = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ (m).
$x = \frac{6}{9}\cdot 4 = \frac{2}{3}\cdot 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ (m) $\Rightarrow LM = 2\cdot 2\frac{2}{3} + 2 = 7\frac{1}{3}$ (m).
Omtrek(doorsnede op $h = 6$) $= 2\cdot(KL + LM) = 2\cdot 14 = 28$ (m).



G17a Zie het bovenaanzicht van het volledige onderstel op schaal 1 : 10 hiernaast.

G17b Noem M het midden van het grondvlak $\Rightarrow PM = 46 - 13 = 33$.
$AP = \sqrt{AM^2 + MP^2} = \sqrt{20^2 + 20^2 + 33^2} = \sqrt{1889}$.
$AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{40^2 + 46^2} = \sqrt{3716}$.
De totale lengte is $8\cdot\sqrt{1889} + 8\cdot\sqrt{3716} \approx 835$ (cm).

```
20²+20²+33²
               1889
40²+46²
               3716
8*√(1889)+8*√(37
16)
        835.3730419
```

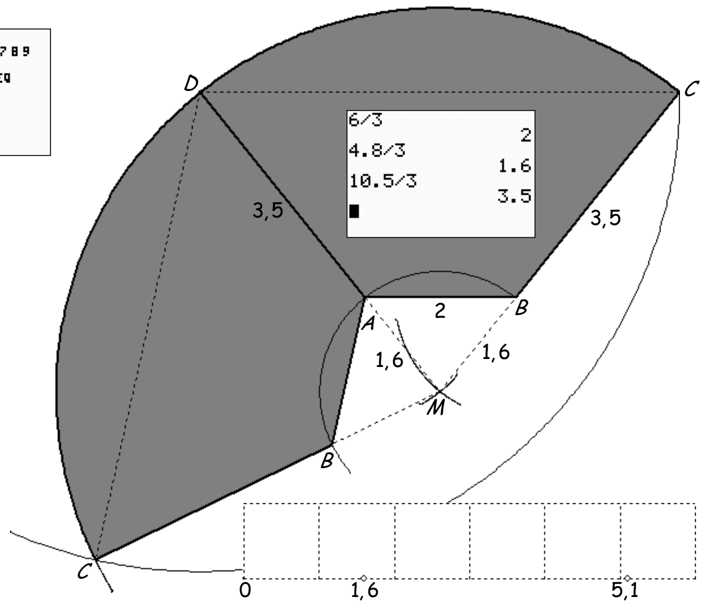
G17c $PM = 33$ (zie G17b) en $QM = 13 \Rightarrow PQ = 33 - 13 = 20$ (cm).
$\Delta ATE \backsim \Delta PTQ$ (zandloperfiguur) met verhouding $AE : PQ = 46 : 20$.
Dus $QS = PT = \frac{20}{66}\cdot AP = \frac{20}{66}\cdot\sqrt{1889} \approx 13{,}2$ (cm).

```
20/66*√(1889)
        13.17049322
```

G18a Noem N het midden van AB.
In ΔBNM: $\sin\angle BMN = \sin\alpha = \frac{BN}{BM} = \frac{3}{4{,}8}$.
Dus $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4{,}8}\right)$ en
$\angle CMD = 2\alpha = 2\sin^{-1}\left(\frac{3}{4{,}8}\right) \approx 77°$.

```
NORMAL  SCI  ENG
FLOAT  0123456789
RADIAN  DEGREE
FUNC  PAR  POL  SEQ
CONNECTED  DOT
SEQUENTIAL  SIMUL
```

```
sin⁻¹(3/4.8)
        38.68218745
Ans*2
        77.36437491
```




```
6/3
                  2
4.8/3
                1.6
10.5/3
                3.5
```

G18b Teken eerst figuur $G.11$ (op de juiste schaal).
Begin met $AB = 2$ (cm) en maak m.b.v. hokjes in je schrift een meetlatje om 1,6 (cm) en 5,1 (cm) met de passer op te pakken.
Pas vanuit A (en vanuit B) 1,6 (cm) af $\Rightarrow M$.
Verleng MB en MA en maak $MC = MD = 5{,}1$ (cm).
Maak vanuit M met de passer boog CD en verleng deze boog na punt D een heel stuk verder.
Pas vanuit D boog DC naar de andere kant af.
Zo krijg je het punt waar C komt na openvouwen.
Teken het opengevouwen lijnstuk MC en bepaal waar het punt B komt na openvouwen.
De grijze kleur geeft de opengevouwen filter weer.

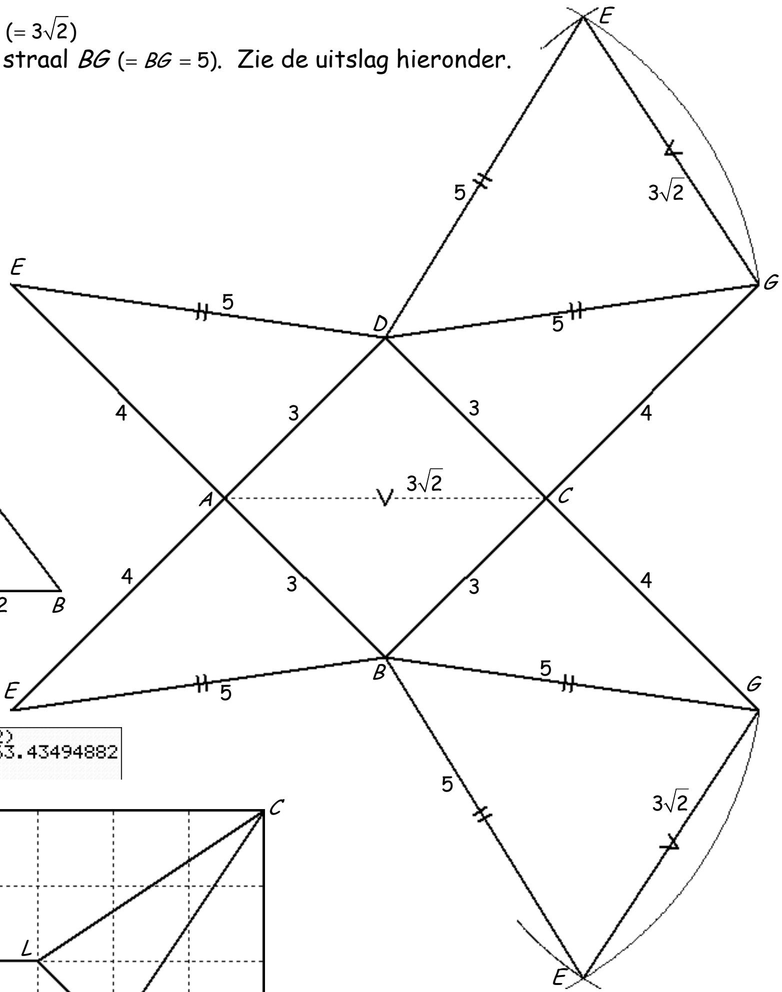
G18c Pyth. in ΔADF: $DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = \sqrt{10{,}5^2 - 9{,}9^2}$ (cm).
Dus middellijn $CD = 2\cdot DF + 6 \approx 13{,}0$ (cm).

```
√(10.5²-9.9²)
        3.498571137
Ans*2+6
        12.99714227
```

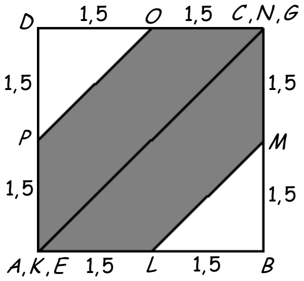
G18d Op 0% hoogte alleen een recht lijnstuk en geen cirkel, op 100% hoogte geen recht lijnstuk en alleen een cirkel.
Op eenderde deel van de hoogte is $PS = \frac{2}{3}\cdot AB = \frac{2}{3}\cdot 6 = 4$ (cm) en $PQ = \frac{1}{3}\cdot DC = \frac{1}{3}\cdot 13 = \frac{13}{3}$ (cm).
De dwarsdoorsnede bestaat uit rechthoek $PQRS$ en een cirkel met diameter $d = PQ$.
De oppervlakte van de dwarsdoorsnede is $4\cdot\frac{13}{3} + \pi\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{13}{3}\right)^2 \approx 32$ (cm²).

```
4*13/3+π*(1/2*13
/3)²
        32.08136551
```

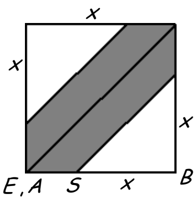
G19a Cirkelboogjes met middelpunt G en straal AC $(= 3\sqrt{2})$
en cirkelboogjes met middelpunten B en D en straal BG $(= BG = 5)$. Zie de uitslag hieronder.

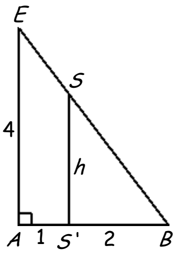


G19b



G19c $O(\text{doorsnede}) = 3^2 - x^2 = 5$
$9 - x^2 = 5$
$4 = x^2$
$x = 2.$
$h = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$ (cm).

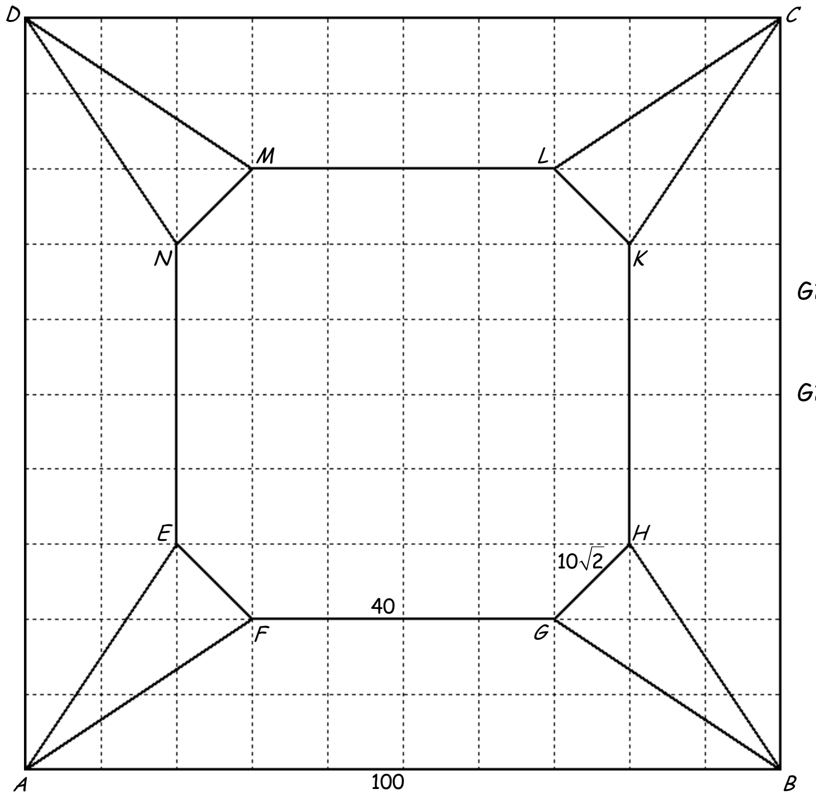




G20a Gebruik **figuur G.20** in het boek.
H' is de loodrechte projectie van H op AB.
In $\Delta BHH'$: $\tan\angle HBH' = \frac{HH'}{H'B} = \frac{40}{20} = 2.$
$\angle ABH = \angle HBH' = \tan^{-1}(2) \approx 63°.$

```
tan⁻¹(2)
         63.43494882
```

G20b



G20c $GH = 10\sqrt{2}$ (cm).
Er blijft over
$500 - (4 \cdot 10\sqrt{2} + 4 \cdot 40) \approx 283$ (cm).

```
40√(2)+160
        216.5685425
500-Ans
        283.4314575
```

G20d De lengte van het lint over trapezium $ABFG$ is
$100 - \frac{1}{4} \cdot 60 = 85.$
$(EF = 100 - \frac{4}{4} \cdot 60 = 40)$
De lengte van het lint over driehoek BGH is $\frac{1}{4} \cdot 10\sqrt{2}.$
De totale lengte van het lint op hoogte 50 cm is
$4 \cdot 85 + 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 10\sqrt{2} \approx 354$ (cm).
Er blijft (afgerond) 146 cm over.

```
4*85+10√(2)
        354.1421356
500-Ans
        145.8578644
```

G20e $h_{\text{trapezium}} = \sqrt{40^2 + 20^2} = \sqrt{2000}.$ (de hoogte van trapezium $BCKH$ is de lengte van BH in het vooraanzicht)
De oppervlakte van één trapezium is: $\frac{1}{2} \cdot (100 + 40) \cdot \sqrt{2000}.$
$O(\text{rood}) = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (100 + 40) \cdot \sqrt{2000} \approx 12522$ (cm2).

```
40²+20²
               2000
√(2000)
        44.72135955
Ans*2*140
        12521.98067
```

Voorkennis 1 Gelijkvormige driehoeken (bladzijden 152 en 153)

1 $\Delta DCE \backsim \Delta FBE$. (zandloperfiguur)
(let op de volgorde van de letters)
$BF = \frac{4 \times 3}{2} = 6.$

ΔDCE	$DC = 4$	$CE = 2$	$DE = ...$
ΔFBE	$FB = ...$	$BE = 3$	$FE = ...$

2 $\Delta FBE \backsim \Delta FAD$. (snavelfiguur)
(let op de volgorde van de letters)
$BE = \frac{5 \times 5}{9} = \frac{25}{9}.$

ΔFBE	$FB = 5$	$BE = ...$	$FE = ...$
ΔFAD	$FA = 9$	$AD = 5$	$FD = ...$

3 $\Delta AED \backsim \Delta ABC$.
($\angle A = \angle A$ en $\angle E = \angle B = 90^\circ \Rightarrow$ hh)
$DE = \frac{5 \times 8}{13} = \frac{40}{13}$ en
$AE = \frac{12 \times 8}{13} = \frac{96}{13} \Rightarrow CE = 13 - \frac{96}{13} = \frac{73}{13}.$

ΔAED	$AE = ...$	$ED = ...$	$AD = 8$
ΔABC	$AB = 12$	$BC = 5$	$AC = 13$

Pyth. in ΔABC: $AC = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13.$

4 $\Delta BED \backsim \Delta BMC$. ($M$ het midden van AB)
($\angle B = \angle B$ en $\angle E = \angle M = 90^\circ \Rightarrow$ hh)
$BE = \frac{3 \times 4}{9} = \frac{4}{3}.$

ΔBED	$BE = ...$	$ED = ...$	$BD = 4$
ΔBMC	$BM = 3$	$MC = ...$	$BC = 9$

Voorkennis 2 Rekenen met wortels (bladzijden 154 en 155)

5a $2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{15}.$

5b $3x\sqrt{2} \cdot x\sqrt{7} = 3x^2 \cdot \sqrt{14}.$

5c $\frac{1}{2}x\sqrt{2} \cdot \frac{1}{3}x\sqrt{3} = \frac{1}{6}x^2 \cdot \sqrt{6}.$

5d $\frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{1} = 5\sqrt{2}.$

5e $\frac{2\sqrt{14}}{3\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{2}.$

5f $\frac{6}{5\sqrt{2}} = \frac{6}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{5 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{2}}{5} = \frac{3}{5}\sqrt{2}.$

5g $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}.$

5h $\left(\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2 = \frac{1}{2}\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{5} = \frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{5}{4}.$

5i $\left(\frac{1}{2}x\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{2}x\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}x\sqrt{2} = \frac{1}{4}x^2 \cdot 2 = \frac{1}{2}x^2.$

5j $\left(\frac{2}{3}x\sqrt{3}\right)^2 = \frac{2}{3}x\sqrt{3} \cdot \frac{2}{3}x\sqrt{3} = \frac{4}{9}x^2 \cdot 3 = \frac{4}{3}x^2.$

6a $\sqrt{6} + \sqrt{24} = \sqrt{6} + \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 3\sqrt{6}.$

6b $\sqrt{80} - \sqrt{20} = \sqrt{16 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 5} = 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$

6c $\sqrt{18x} - \sqrt{8x} = \sqrt{9 \cdot 2x} - \sqrt{4 \cdot 2x} = 3\sqrt{2x} - 2\sqrt{2x} = \sqrt{2x}.$

6d $\sqrt{3x^2} + \sqrt{12x^2} = \sqrt{x^2 \cdot 3} + \sqrt{4x^2 \cdot 3} = x\sqrt{3} + 2x\sqrt{3} = 3x\sqrt{3}.$

6e $\sqrt{\frac{3}{4}x^2} = \sqrt{\frac{1}{4}x^2 \cdot 3} = \frac{1}{2}x\sqrt{3}.$

6f $\sqrt{\frac{7}{9}x^2} = \sqrt{\frac{1}{9}x^2 \cdot 7} = \frac{1}{3}x\sqrt{7}.$

6g $x\sqrt{8} - x\sqrt{2} = x\sqrt{4 \cdot 2} - x\sqrt{2} = 2x\sqrt{2} - x\sqrt{2} = x\sqrt{2}.$

6h $\sqrt{2x^2} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2} = \sqrt{x^2 \cdot 2} + \sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{2}} = x\sqrt{2} + x\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2}} = x\sqrt{2} + \frac{1}{2}x\sqrt{2} = 1\frac{1}{2}x\sqrt{2}.$